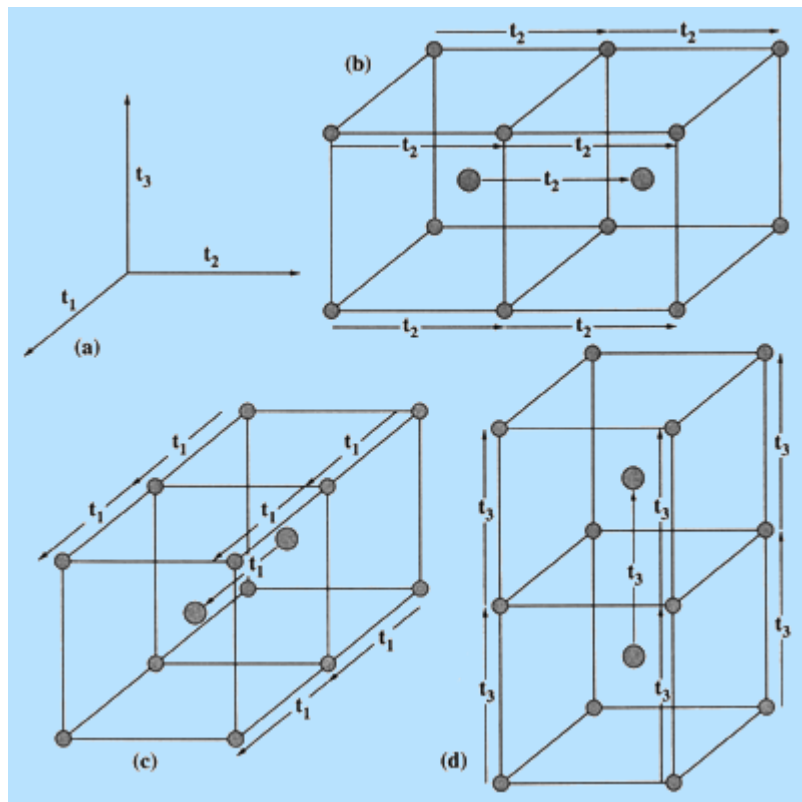


INTRODUCCIÓN AL ESTADO CRISTALINO

Se describen como materiales cristalinos aquellos materiales sólidos cuyos elementos constitutivos se repiten de manera ordenada y paralela y cuya distribución en el espacio muestra ciertas relaciones de simetría. Así, la propiedad característica y definidora del medio cristalino es ser periódico, es decir, que a lo largo de cualquier dirección, y dependiendo de la dirección elegida, la materia que lo forma se halla a distancias específicas y paralelamente orientadas. Además de ésta, otras propiedades características son la homogeneidad y la anisotropía.

Por tanto, el cristal está formado por la repetición monótona de agrupaciones atómicas paralelas entre sí y a distancias repetitivas específicas (**traslación**). La **red cristalina** es una abstracción del contenido material de este medio cristalino, y el tratarlo únicamente en función de las traslaciones presentes constituye la esencia de la teoría de las redes cristalinas.



En la red cristalina todos los puntos, nudos, tienen exactamente los mismos alrededores y son idénticos en posición con relación al patrón o motivo que se repite. Este motivo es una constante del cristal ya que constituye el contenido material, es decir, su naturaleza atómica, de manera que **red x motivo = cristal**.

En esta red espacial existe una porción del espacio cristalino, denominado celda unidad, el cual repetido por traslación y adosado desde un punto reticular a otro engendra todo el retículo. De esta manera, conociendo la disposición exacta de los átomos dentro de la celdilla unidad, conocemos la disposición atómica de todo el cristal.

● Periodicidad

El medio cristalino es un medio periódico ya que a lo largo de cualquier dirección la materia que lo forma se halla a distancias específicas y paralelamente orientada, de forma que la orientación y distancias a que se encuentran dependen de la dirección elegida. La distancia según la cual las unidades estructurales se repiten paralela e idénticamente a lo largo de una dirección dada se denomina traslación. Éstas definen la denominada **red cristalina**, constituida por una serie de puntos (**nudos**) separados entre sí por las citadas traslaciones.

● Homogeneidad

En una red cristalina la distribución de nudos alrededor de uno de ellos es la misma, independientemente del nudo que tomemos como referencia. Así una red es un conjunto de nudos homogéneos o bien, un conjunto homogéneo de nudos.

● Anisotropía

La red de nudos constituyente del estado cristalino es anisótropa en cuanto a las distancias entre nudos, es decir, ésta depende de la dirección según la cual se mide.

REDES CRISTALINAS

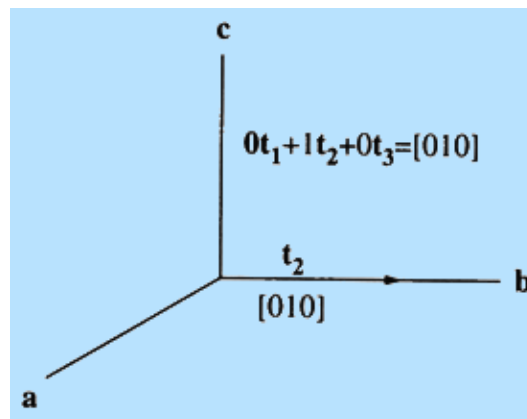
Para una apropiada asimilación de lo que significa el orden interno cristalino, se ha de comenzar por la visualización y definición, a través de vectores traslación, del orden interno monodimensional, constituido por las diferentes direcciones de la red que definen, por su periodicidad, filas reticulares donde los nudos están alineados y equidistantes entre sí.

● **Fila reticular**

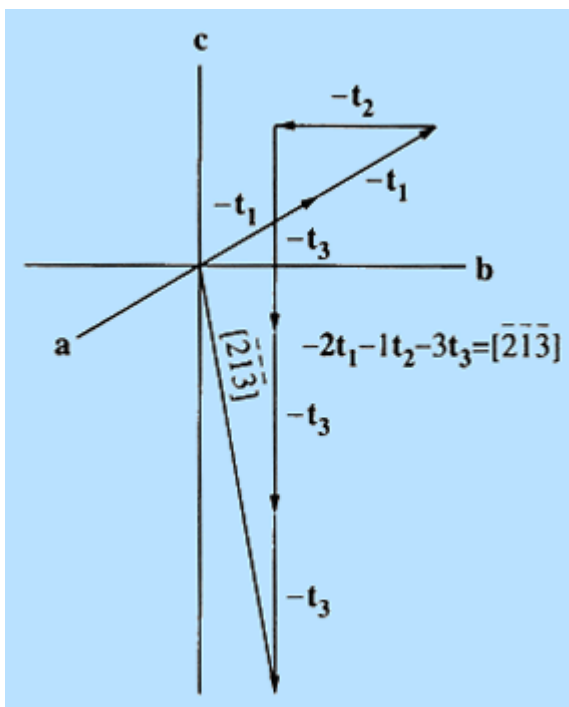
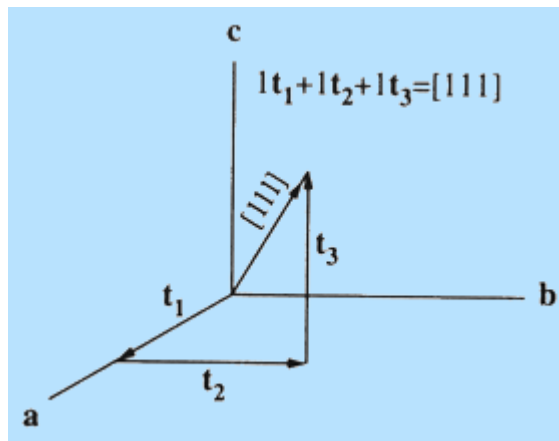
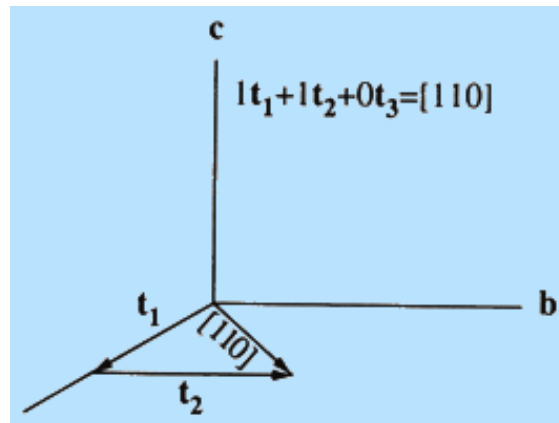
Se trata de una fila de nudos obtenida por aplicación sucesiva de una traslación definida.

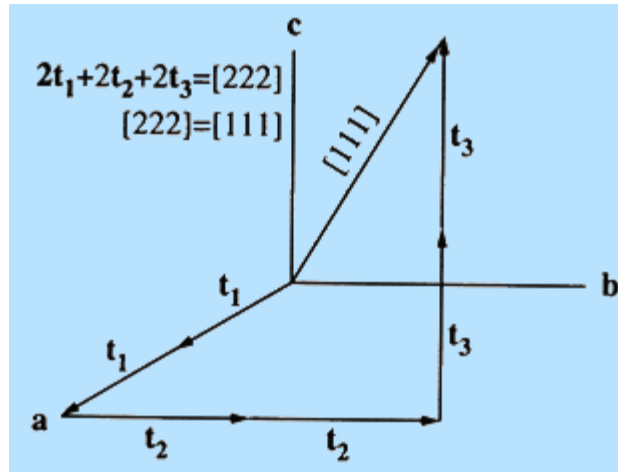
El símbolo de las filas reticulares se denomina como los índices $[uvw]$ que son los componentes del vector traslación que une dos nudos adyacentes de la fila considerada expresados en función de un par primitivo cuyo origen se sitúa sobre uno de estos dos nudos.

Por ejemplo, para las filas fundamentales:



Para otras filas reticulares:



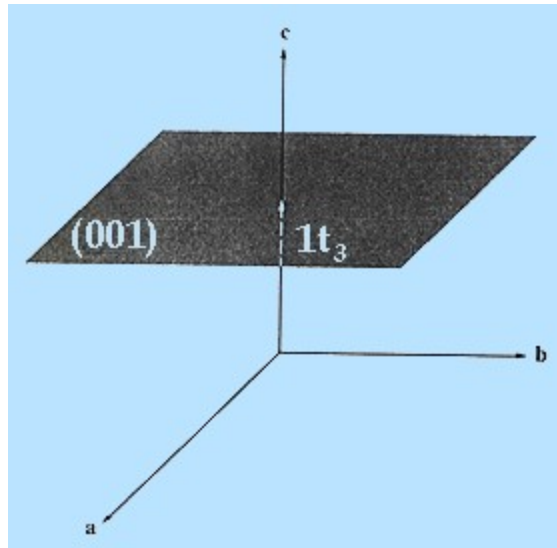


● **Plano reticular**

Un plano reticular queda definido por dos filas reticulares conjugadas. Todo plano reticular puede definirse por sus intersecciones (H_a , K_b , L_c) con los tres ejes fundamentales del cristal. Las dimensiones de estas intersecciones (HKL), medidas desde un nudo tomado como origen son los parámetros del plano reticular correspondiente. Sin embargo, la denominación habitual de un plano reticular son los índices de Miller.

● **Índices de Miller**

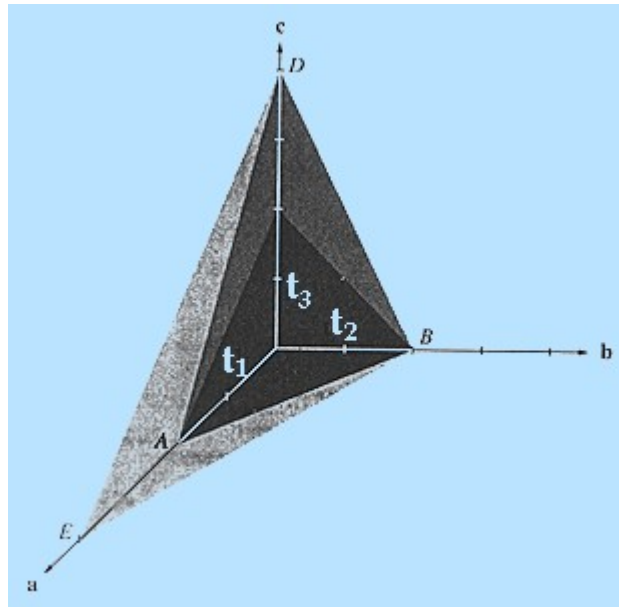
Se obtienen calculando las intersecciones (H , K , L), o número de traslaciones, con los tres ejes fundamentales del cristal. Posteriormente se invierten y se eliminan denominadores, o bien, se calculan los cocientes entre el producto de las tres intersecciones dividido entre cada una de las intersecciones: ($H \cdot K \cdot L = N$, $N/H = \mathbf{h}$, $N/K = \mathbf{k}$, $N/L = \mathbf{l}$)



Intersecciones: $H=\infty$, $K=\infty$, $L=1$,

Invertimos: $1/\infty=0$, $1/\infty=0$, $1/1=1$, no existen denominadores

Índices de Miller: (001)



1º. Deducir las intersecciones de cada plano con los ejes cristalográficos a, b y c. Es decir, contar el número de traslaciones t_1 , t_2 y t_3 que ocupa el plano sobre los ejes a, b y c.

El plano **ABD** ocupa:

2t1 en el eje **a**, **2t2** en el eje **b**, y **4t3** en el eje **c**

El plano **EBD** ocupa:

4t1 en el eje **a**, **2t2** en el eje **b**, y **4t3** en el eje **c**

2º. Para calcular los índices de Miller de cada plano, a partir de estas intersecciones, se invierten los valores y, si es necesario, se reducen las fracciones

El plano **ABD** corta a los ejes en 2, 2 y 4.

Su inversión es: $1/2$, $1/2$, $1/4$.

Reducimos fracciones, quitando denominadores: $2/4$, $2/4$, $1/4$. Sin denominadores queda 221

Índices de Miller: (221)

El plano **EBD** corta a los ejes en 4, 2 y 4.

Su inversión es: $1/4$, $1/2$, $1/4$.

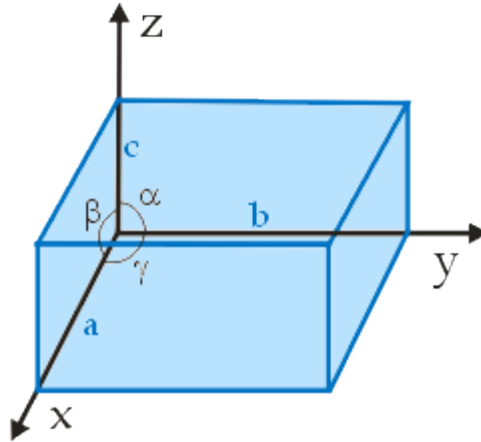
Reducimos fracciones, quitando denominadores: $1/4$, $2/4$, $1/4$. sin denominadores queda 121

Índices de Miller: (121)

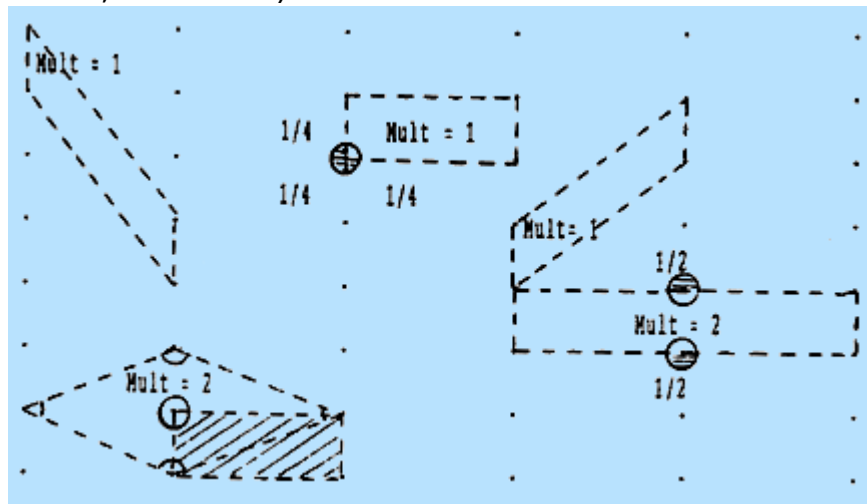
* Este símbolo entre paréntesis **(hkl)** nombra el plano dado, mientras que entre corchetes **{hkl}** indica todos los planos homólogos que resultan de aplicar los elementos de simetría del cristal al plano **(hkl)**.

● **Celda unidad**

En una red cristalina existen siempre tres traslaciones no coplanarias que tienen las dimensiones mínimas entre todas las traslaciones posibles de la red: son las traslaciones fundamentales o constantes reticulares, de dimensiones submicroscópicas. La porción del espacio cristalino limitado por estas traslaciones constituye la celda fundamental del cristal y es característica del mismo.



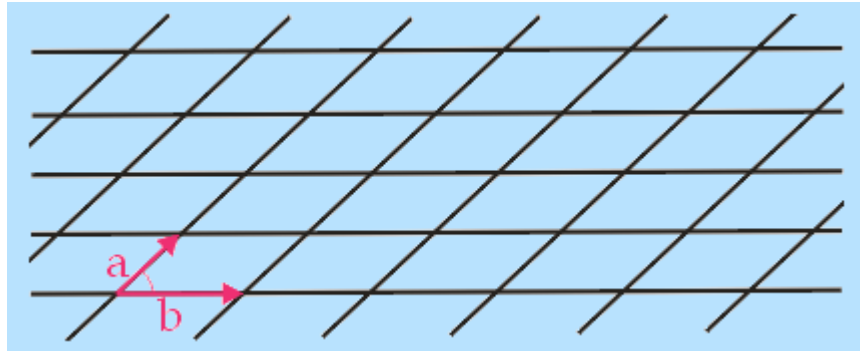
Se denomina **celda primitiva** aquella que no tiene nudos en su interior y **celda múltiple** a la que si los tiene y está definida por vectores múltiples que son múltiplos enteros del vector traslación unitario de igual dirección. Se llama **multiplicidad** al número de nudos que hay por celda elemental (todas las celdas primitivas de una red tienen multiplicidad 1, $\frac{1}{4} * 4 = 1$)



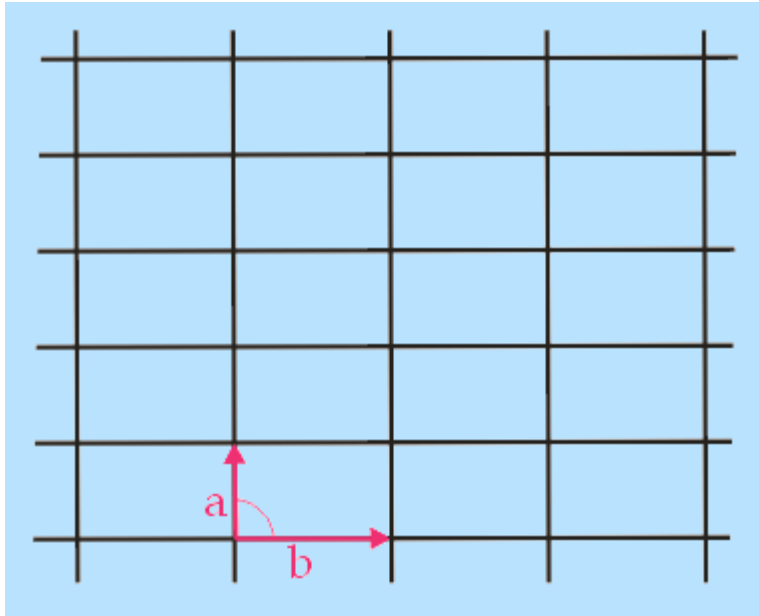
REDES PLANAS

El orden bidimensional es el resultado de traslaciones regulares en dos direcciones distintas que resultan en la definición de los cinco tipos de **redes planas**. La asimilación de este orden bidimensional es básica para comprender la regularidad correspondiente a objetos tridimensionales tales como la materia cristalina. Se definen cinco tipos de redes planas con las siguientes características:

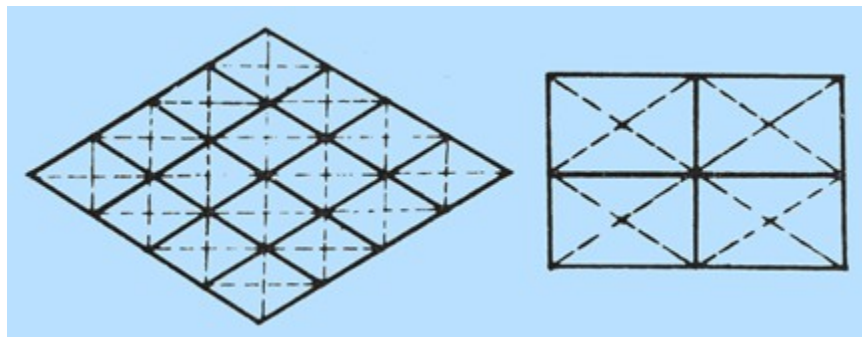
Red oblicua ($a \neq b \gamma \neq 90^\circ$)



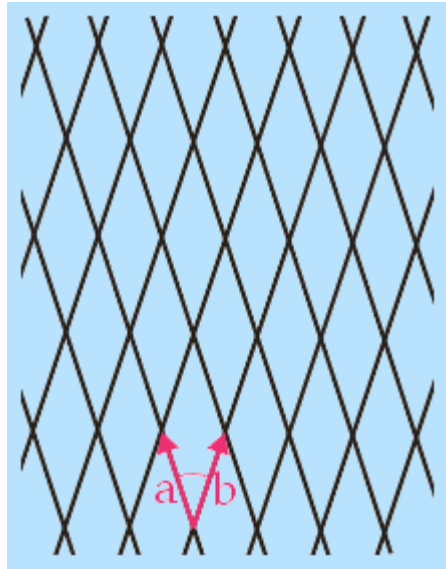
Red rectangular ($a \neq b \gamma = 90^\circ$)



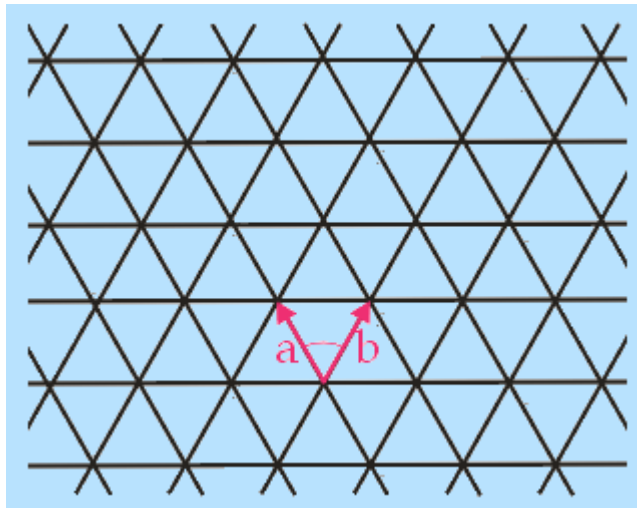
Existen también **redes centradas**, que son el resultado de añadir nuevos nudos en el centro de cada paralelogramo generador de la red plana. Sólo puede realizarse esta operación de centrado si la red resultante es morfológicamente diferente de la original; por ello sólo pueden centrarse las redes rectangulares (obteniéndose una red rómbica) o las redes rómbicas (dando lugar a una red rectangular).



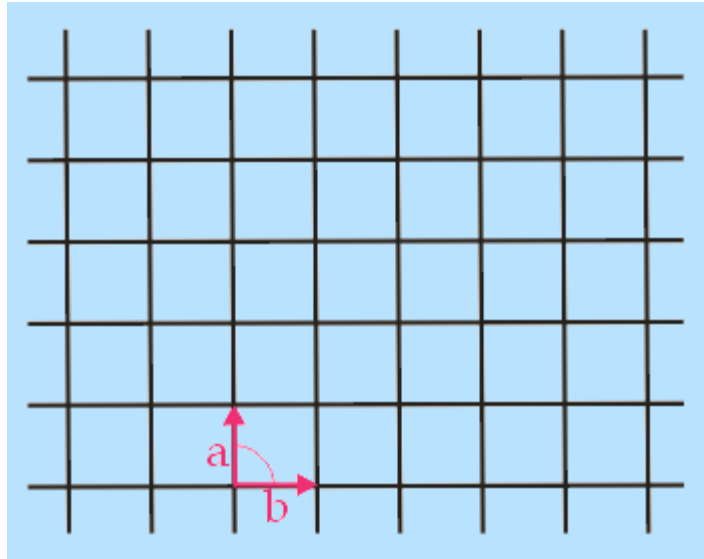
Red rómbica ($a=b$ $\gamma \neq 90^\circ, 60^\circ, 120^\circ$)



Red hexagonal ($a=b$ $\gamma = 60^\circ, 120^\circ$)



Red cuadrada ($a=b$ $\gamma = 90^\circ$)



Las redes planas forman, por apilamiento homogéneo, los distintos tipos de redes espaciales, es decir, las distintas familias de planos cristalinos que integran el cristal. La manera como estos planos se apilan determina los ángulos entre las traslaciones fundamentales en las tres dimensiones que es lo que define, a su vez, la forma y dimensiones del paralelepípedo o celda unidad que caracteriza la red cristalina.

REDES DE BRAVAIS

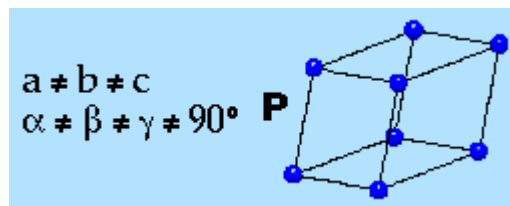
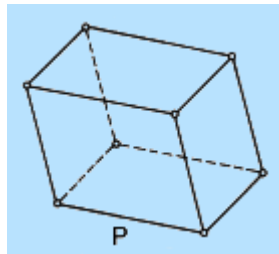
De la superposición de planos se generan catorce celdas morfológicamente distintas que se conocen como las Redes de Bravais, en honor de su descubridor.

En términos de redes cristalinas tridimensionales, los paralelepípedos fundamentales, morfológicamente distintos son el resultado de combinar las tres traslaciones fundamentales de valores dados con sus inclinaciones respectivas, es decir, con los tres ángulos α , β , y γ .

Su construcción se realiza apilando paralelamente una sucesión infinita de modelos planos idénticos, de manera que la distancia entre ellos sea siempre igual (familia de planos). Mientras que en el plano se deducían cinco tipos de [redes](#), en el espacio tridimensional se reconocen hasta catorce distribuciones periódicas:

Red triclínica ($a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$)

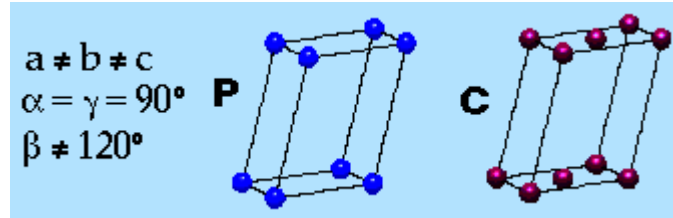
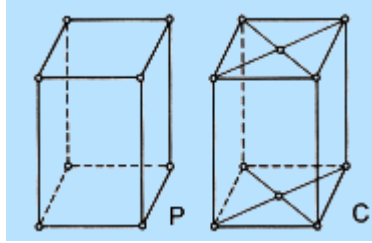
Debido a los valores distintos entre sí de las traslaciones y de los ángulos fundamentales, el paralelepípedo tiene forma cualquiera, triplemente inclinado (por ello se denomina triclínico). Se trata de una red primitiva.



Redes monoclinicas ($a \neq b \neq c$ $\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$)

La celda es un paralelepípedo no recto de base rectangular (formados por redes planas rectangulares).

- **Red monoclinica primitiva, P**
- **Red monoclinica de base centrada**



La operación de [centrado de redes](#) permite la generación de este otro tipo de red. Si se centra la red plana rectangular (100), su símbolo es A, y si se centra la (001) es C. Morfológicamente estas redes sólo se diferencian en su orientación, por tanto, las redes monoclinicas de base centrada A y C son equivalentes.

Redes rómbicas ($a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$)

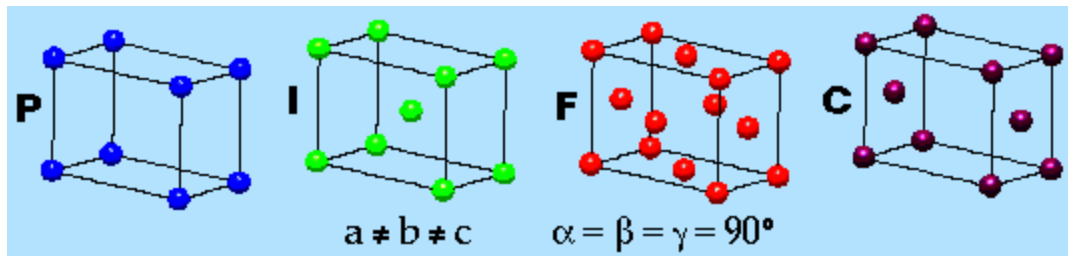
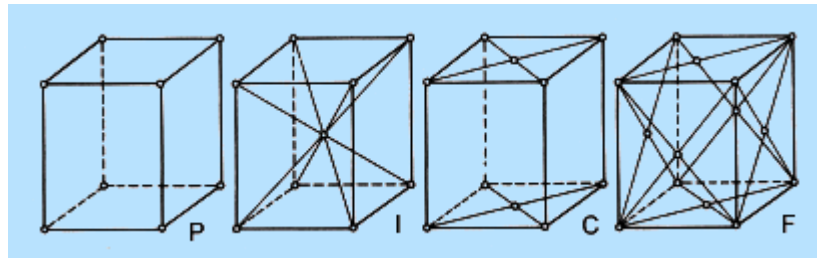
- Red rómbica primitiva, P

El paralelepípedo fundamental es un prisma recto de base rectangular. Los tres planos fundamentales, (100), (010) y (001), más los planos diagonales del prisma, son redes planas rectangulares.

- Redes rómbicas centradas

La operación de [centrado de redes](#) permite la generación de estos otros tipos de red. Si se centran las redes planas rectangulares (100), (010) y (001) sus símbolos son respectivamente A, B y C.

Morfológicamente estas redes son iguales y se denominan **red rómbica de base centrada**, simbolizada por **C**. Cuando la operación de centrado es sobre las tres caras a la vez, la red se denomina **red rómbica de caras centradas** y se simboliza por **F**. Si el centrado se produce en los planos diagonales del prisma, la red resultante se denomina **red rómbica centrada en el interior**, de símbolo **I**.



Redes tetragonales ($a=b \neq c$ $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$)

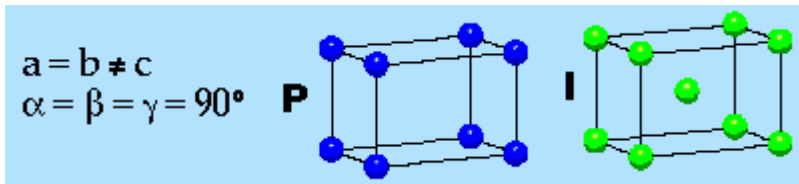
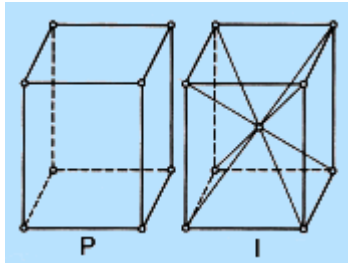
- Red tetragonal , P

La celda fundamental es un prisma recto de base cuadrada. La familia de planos (001) son de red plana cuadrada, mientras que (100) y (010) son rectangulares e idénticos entre sí.

- Red tetragonal centrada, I

Al ser iguales por simetría, los planos (100) y (010) no pueden centrarse independientemente, y, a su vez, no pueden hacerlo simultáneamente porque ello destruye la homogeneidad de los planos de la misma familia.

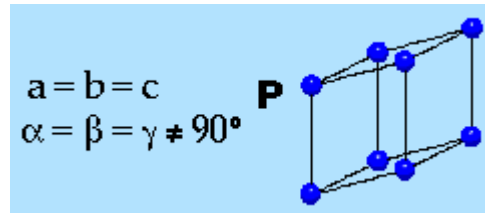
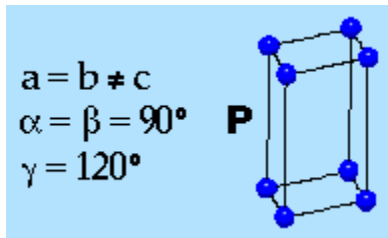
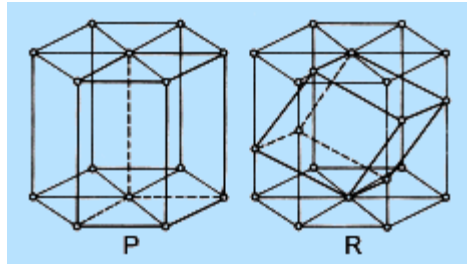
Sin embargo, los planos diagonales, que son también redes rectangulares, pueden centrarse dando origen a la **red tetragonal centrada en el interior, I**.



Red hexagonal, P ($a=b \neq c$ $\alpha=\beta=90^\circ$, $\gamma=120^\circ$, 60°)

El paralelepípedo fundamental es un prisma recto de base rómbica (de ángulo de 60°). Para visualizar la forma hexagonal se toma una celda múltiple integrada por tres de estas celdillas rómbicas

Esta red hexagonal permite un apilamiento especial de los planos hexagonales. Según éste, los nudos se proyectan a $1/3$ o a $2/3$ de la diagonal mayor del rombo, dando como resultado una **red romboédrica, R** de ($a=b=c$ $\alpha=\beta=\gamma \neq 90^\circ$)

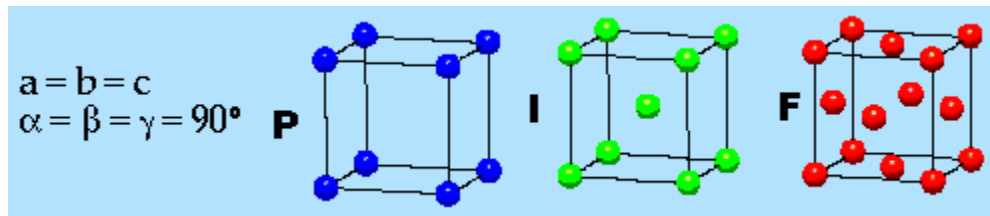
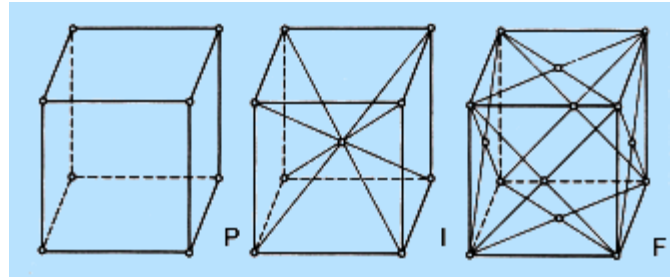


Redes cúbicas ($a=b=c$ $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$)

- **Red cúbica primitiva, P:** El paralelepípedo fundamental es un cubo.

- **Redes cúbicas centradas:** El centrado de las caras del cubo no debiera ser posible puesto que son redes planas cuadradas. Las redes cúbicas centradas se originan cuando el ángulo del romboedro se hace igual a 60° y las tres diagonales del romboedro se hacen iguales entre sí, definiendo las aristas de un cubo que circunscribe al romboedro. Así, la distribución de nudos es la correspondiente a un cubo de caras centradas, originando la **red cúbica de caras centradas, F**.

De forma similar, cuando el ángulo entre las aristas del romboedro es de $109^{\circ} 28' 16''$, las diagonales de sus tres caras fundamentales son perpendiculares entre si e iguales en magnitud, y definen un cubo inscrito en el romboedro. La distribución de nudos corresponde a una **red cúbica centrada en el interior, I**.



(Las redes cúbicas no sólo son casos especiales de redes romboédricas, sino que también lo son de redes tetragonales).

SIMETRÍA

La porción mínima del espacio cristalino que contiene en sí misma toda la simetría de la red cristalina es la celda unidad. El medio cristalino, por ser periódico, es un medio simétrico, y todas sus propiedades derivan de este hecho.

Entendiendo por simetría aquella transformación que al aplicarse a un objeto hace que éste conserve todas sus dimensiones, y lo deje en una posición indistinguible de su posición original, la operación de simetría

más sencilla que existe, por definición, en el medio cristalino, es la simple [traslación](#) entre un motivo y otro.

● **Elementos de simetría**

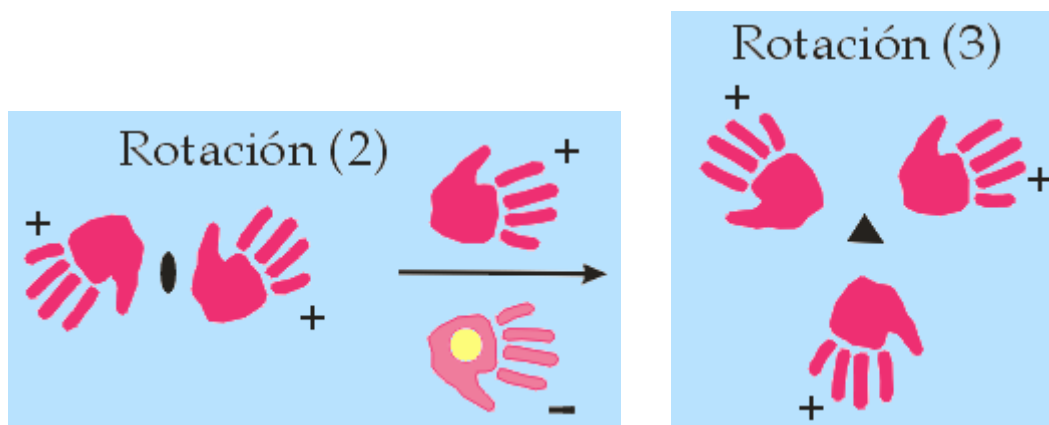
El lugar geométrico que ayuda a la visualización de la simetría de una distribución ordenada recibe el nombre de elemento de simetría. Los elementos de simetría puntual (la operación de simetría deja un punto particular del diagrama inmóvil), sin traslación, son el [plano de simetría](#), el [eje de rotación](#) y el [centro de simetría](#) o centro de inversión.

El **plano de simetría, m**, o de reflexión, refleja partes, o todos, idénticos del objeto a través de un plano.



El **eje de rotación** origina una rotación al objeto de $360^\circ/n$ alrededor del eje (de derecha a izquierda).

eje monario		n=1 ($360^\circ/1=360^\circ$)
eje binario	 <i>(perpendicular al plano)</i> <i>(paralelo al plano)</i>	n=2 ($360^\circ/2=180^\circ$)
eje ternario		n=3 ($360^\circ/3=120^\circ$)
eje cuaternario		n=4 ($360^\circ/4=90^\circ$)
eje senario		n=6 ($360^\circ/6=60^\circ$)



(La **restricción cristalográfica** limita los giros permisibles a estos cinco para que su orden sea compatible con la existencia de redes.)

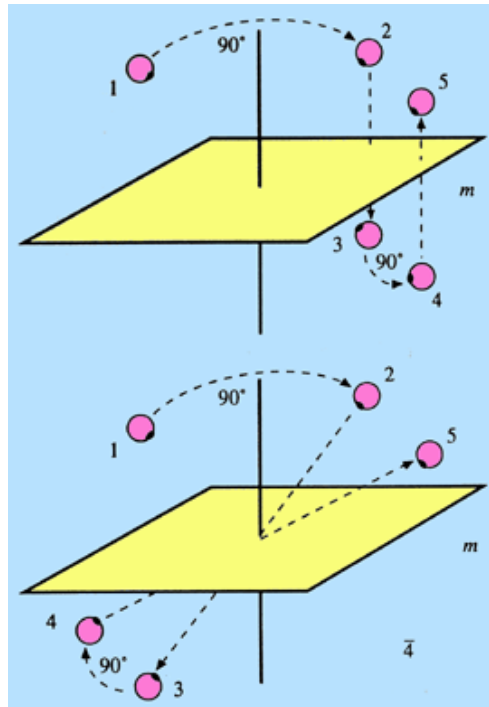
Las combinaciones de ambos elementos de simetría originan los **ejes de rotación impropios**:

- **eje de rotorreflexión**, rotación de $360^\circ/n$ seguida por reflexión en un plano perpendicular al eje.

- **eje de rotoinversión**, rotación de $360^\circ/n$ seguida por inversión a través de un punto en el eje.

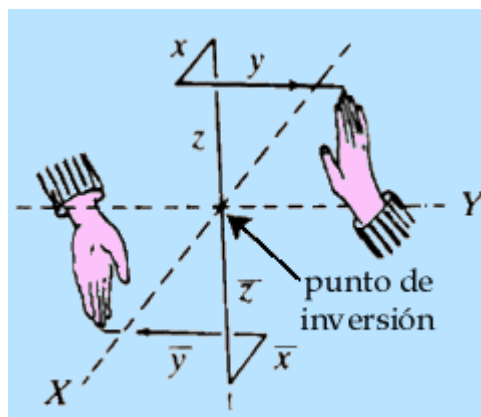
orden 1  orden 3  orden 4  orden 6 

* **Nota:** Los ejes de rotoinversión se representan por el orden del eje (2, 3, 4 o 6) con el símbolo negativo encima de ellos. En esta Web, ese símbolo se identifica también por el signo negativo bien delante o inferior al número de orden del eje.



(el esquema superior representa una rotoflexión de orden 4, y el inferior una rotoinversión del mismo orden)

Por su parte el **centro de simetría, i**, o centro de inversión, es un elemento de simetría puntual que **invierte** el objeto a través de una línea recta.



COMBINACIÓN DE ELEMENTOS DE SIMETRÍA

La combinación de elementos de simetría no se produce al azar, está regida por una serie de normas y limitaciones que son:

- Los elementos que se combinan guardan unas relaciones angulares características.
- La combinación de algunos elementos de simetría genera directamente la presencia de otros

Eje de orden par + centro de simetría ----- plano de simetría perpendicular al eje

Eje de orden n contenido en un plano de simetría ----- n-1 planos de simetría que intersectan en el eje

Dos ejes que se cortan ----- un tercer eje que pasa por el punto de corte
(entre propios e impropios sólo es posible: un propio y dos impropios)

Eje de orden n + eje binario perpendicular ----- n-1 ejes binarios también normales a él

Eje de inversión de orden n(impar) + eje binario perpendicular ----- n ejes binarios y planos de simetría

Eje de inversión de orden n(par) + eje binario perpendicular ----- n/2 ejes binarios y planos de simetría

- Los ejes de inversión realizan una operación de simetría equivalente a la de dos elementos de simetría (excepto el de orden 4)

$$\underline{3} = 3 + i$$

Eje de rotoinversión de orden impar = eje propio del mismo orden + centro de simetría

$$(\underline{6} = 3 + m)$$

Eje de rotoinversión de orden par = eje propio de mitad de orden + un plano de simetría perpendicular a él

LAS 32 CLASES DE SIMETRÍA

Es fácil prever que en el medio cristalino los [elementos de simetría](#) se combinan entre sí hasta engendrar los modelos cristalinos regulares, que se combinan de treinta y dos maneras distintas y dan lugar a las **treinta y dos posibles clases cristalinas o grupos puntuales** (la operación de simetría deja un punto particular del diagrama inmóvil) existentes.

Estas treinta y dos clases cristalinas se han obtenido mediante las siguientes combinaciones de elementos de simetría:

Símbolo	Combinación de simetría	Elementos de simetría
1	Clases con un sólo elemento de simetría	Eje monario (giro de 360º)
2		Eje binario (giro de 180º)
3		Eje ternario (giro de 120º)
4		Eje cuaternario (giro de 90º)

6		Eje senario (giro de 60°)
<u>1</u>		Eje monario de inversión (giro de 360°+inversión) = centro de inversión (<u>2</u>=i)
<u>2</u>		Eje binario de inversión (giro de 180°+inversión) = plano de simetría (<u>2</u>=m)
<u>3</u>		Eje ternario de inversión (giro de 120°+inversión)
<u>4</u>		Eje cuaternario de inversión (giro de 90°+inversión)
<u>6</u>		Eje senario de inversión (giro de 60°+inversión) = eje ternario + plano de simetría perpendicular (<u>6</u>=3/m)
222	Clases con combinación de ejes	Tres ejes binarios en planos perpendiculares entre sí
32		Un eje ternario + tres ejes binarios en planos perpendiculares
422		Un eje cuaternario + dos ejes binarios en planos perpendiculares
622		Un eje senario + tres ejes binarios a 120° (plano perpendicular al senario)
23		Cuatro ejes ternarios + Tres ejes binarios
432		Tres ejes cuaternarios + cuatro ejes ternarios + seis ejes binarios
2/m	Clases con un eje de orden par + un centro de simetría	Eje binario + plano de simetría perpendicular a él
4/m		Eje cuaternario + plano de simetría perpendicular a él
6/m	(Eje de orden par + centro de simetría=plano de simetría perpendicular al eje)	Eje senario + plano de simetría perpendicular a él
2mm	Clases con un eje + un plano de simetría que contenga al eje	Eje binario + dos planos de simetría que se cortan en él
3m		Eje ternario + tres planos de simetría que se cortan en él
4mm		Eje cuaternario + cuatro planos de simetría que se cortan en él
6mm		Eje senario + seis planos de simetría que se cortan en él
<u>4</u>2m	Clases con un eje + dos ejes impropios	Eje cuaternario de inversión + dos ejes binarios + dos planos de simetría
<u>4</u>3m		Tres ejes cuaternarios de inversión + cuatro ejes ternarios + seis planos de simetría
<u>6</u>2m		Eje senario de inversión (=eje ternario + plano de simetría perpendicular) + tres ejes binarios + tres planos de simetría

$2/m2/m2/m$ (mmm)	Clases con tres ejes + un centro de simetría	Tres ejes binarios + tres planos de simetría perpendiculares
$\underline{3}2/m$ ($\underline{3}m$)		Un eje ternario + tres ejes binarios + tres planos de simetría perpendiculares + un centro de simetría
$4/m2/m2/m$ (4/mmm)		Un eje cuaternario + un plano de simetría perpendicular + cuatro ejes binarios + cuatro planos de simetría perpendiculares + centro de simetría
$6/m2/m2/m$ (6/mmm)		Un eje senario + un plano de simetría perpendicular + seis ejes binarios + seis planos de simetría perpendiculares + un centro de simetría
$2/m\underline{3}$ (m3)		Cuatro ejes ternarios + tres ejes binarios + tres planos de simetría perpendiculares + un centro de simetría
$4/m\underline{3}2/m$ (m3m)		Tres ejes cuaternarios + tres planos de simetría perpendiculares + cuatro ejes ternarios + seis ejes binarios + seis planos de simetría perpendiculares + un centro de simetría

La distribución **sistema cristalino-Redes de Bravais-Grupos puntuales**, o clases de simetría, es la siguiente:

Red de Bravais	Sistema	Grupo puntual
<u>Red Triclínica primitiva, P</u>	<u>Triclínico</u>	$1 \quad \underline{1}$
<u>Red monoclínica primitiva, P</u>	<u>Monoclínico</u>	$2 \quad m \quad 2/m$
<u>Red monoclínica centrada en las caras, C</u>		
<u>Red rómbica primitiva, P</u>		
<u>Red rómbica centrada en las bases, C</u>	<u>Rómbico</u>	$222 \quad mm2 \quad mmm$
<u>Red rómbica centrada en el interior, I</u>		
<u>Red rómbica centrada en las caras, F</u>		
<u>Red tetragonal primitiva, P</u>	<u>Tetragonal</u>	$4 \quad \underline{4} \quad 4/m \quad 4mm \quad 422 \quad 42m \quad 4/mmm$
<u>Red tetragonal centrada en el interior, C</u>		

<u>Red hexagonal primitiva, P</u>	<u>Hexagonal</u>	$6 \quad \underline{6} \quad 6/m$ $6mm \quad 622$ $\underline{6}2m$ $6/mmm$
<u>Red romboédrica primitiva, P</u>	<u>Romboédrico o Trigonal</u>	$3 \quad \underline{3} \quad 3m$ $32 \quad \underline{3}m$
<u>Red cúbica primitiva, P</u>	<u>Cúbico o Isométrico</u>	$23 \quad m\bar{3}$
<u>Red cúbica centrada en el interior, I</u>		$43m \quad 432$
<u>Red cúbica centrada en las caras, F</u>		$m\bar{3}m$

SIMETRÍA Y REDES DE BRAVAIS.

SISTEMAS CRISTALINOS

La presencia de elementos de simetría en la red cristalina condiciona, a su vez, la existencia de ciertas relaciones métricas entre los elementos de la celda elemental, las relaciones angulares entre los ejes del cristal, o ejes cristalográficos, y las intersecciones sobre estos ejes de la cara fundamental (111). Las dimensiones de estas intersecciones son proporcionales a las traslaciones en las tres dimensiones de la red.

Por esta razón se han agrupado las redes de Bravais en siete grandes grupos: **redes triclínicas, redes monoclinicas, redes rómbicas, redes tetragonales, redes hexagonales, redes romboédricas y redes cúbicas**. Cada uno de estos grupos de redes corresponde a un sistema cuyo nombre es idéntico al de las redes correspondientes y posee unas constantes reticulares fijas y una mínima simetría característica.

Red de Bravais	Sistema
<u>Red Triclínica primitiva, P</u>	<u>Triclínico</u>

<u>Red monoclinica primitiva, P</u>	<u>Monoclínico</u>
<u>Red monoclinica centrada en las caras, C</u>	
<u>Red rómbica primitiva, P</u>	<u>Rómbico</u>
<u>Red rómbica centrada en las bases, C</u>	
<u>Red rómbica centrada en el interior, I</u>	
<u>Red rómbica centrada en las caras, F</u>	
<u>Red tetragonal primitiva, P</u>	<u>Tetragonal</u>
<u>Red tetragonal centrada en el interior, C</u>	
<u>Red hexagonal primitiva, P</u>	<u>Hexagonal</u>
<u>Red romboédrica primitiva, P</u>	<u>Romboédrico o Trigonal</u>
<u>Red cúbica primitiva, P</u>	
<u>Red cúbica centrada en el interior, I</u>	
<u>Red cúbica centrada en las caras, F</u>	<u>Cúbico o Isométrico</u>

Las constantes reticulares y la mínima simetría que caracteriza a cada grupo de redes o sistema cristalino es la siguiente:

● **Sistema triclinico** ($a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$)

No posee ninguna simetría mínima.

● **Sistema monoclinico** ($a \neq b \neq c$
 $\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta > 90^\circ$)

Presenta como simetría mínima un eje de rotación binario o un eje de inversión binario (=plano de simetría)

● **Sistema rómbico** ($a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$)

Como mínimo posee tres ejes binarios perpendiculares entre sí.

● **Sistema tetragonal** ($a = b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$)

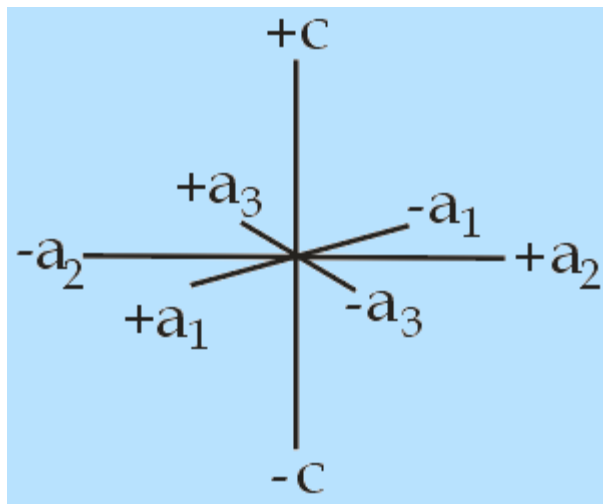
Posee como característica fundamental un eje de rotación cuaternario o un eje de inversión cuaternario

● **Sistema hexagonal** ($a=b \neq c$ $\alpha=\beta=90^\circ$, $\gamma=120^\circ$)

Su característica fundamental es la presencia de un eje de rotación senario o un eje de inversión senario (eje ternario + plano de simetría perpendicular)

Para mayor precisión, generalmente se introduce un cuarto eje **i**, coplanario con **a** y **b**, que forma un ángulo de 120° con cada uno de ellos, así la cruz axial será ($a=b=i \neq c$ $\alpha=\beta=90^\circ$, $\gamma=120^\circ$)

***Índices de Miller hexagonales**: Como se trabaja con un cuarto índice, que se sitúa en el plano $a_1 a_2$ y a 120° de cada uno de estos ejes, los planos hexagonales se van a representar por cuatro índices ($hkil$). El valor de i se determina como $h+k$.



● **Sistema romboédrico o trigonal** ($a=b=c$ $\alpha=\beta=\gamma \neq 90^\circ$)

Su característica común es la presencia de un eje de rotación ternario o un eje de inversión ternario (eje ternario + centro de simetría)

● Sistema cúbico ($a=b=c$ $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$)

Posee como característica fundamental cuatro ejes de rotación ternarios inclinados a $109,47^\circ$

NOTA: Además de las [constantes reticulares](#), para definir un sistema cristalino puede utilizarse la **relación paramétrica**, siendo ésta la relación existente entre los módulos de **a** y **c** respecto al módulo de **b**:

$$a/b : 1 : c/b$$

Normalmente se toman estos valores y los ángulos para definir la red.

INTRODUCCIÓN A LA CRISTALOGRAFÍA MORFOLÓGICA

Los primeros estudios de la Cristalografía trataban, obviamente, sobre el aspecto externo de los cristales. La naturaleza del estado cristalino u orden interno de una sustancia no es un hecho tan evidente como la visión de las perfectas caras o formas cristalinas de un mineral. La primera conexión entre forma externa o caras de un cristal (hábito) y su orden interno no se realizó hasta el siglo XVII. Más adelante se vio que el orden interno podría existir aunque no hubiera evidencia externa de ello, y sólo en tiempos relativamente recientes, y como resultado de [técnicas de rayos X](#) y de difracción de electrones, se incluyen como cristalinos materiales biológicos.

La simetría a la que pertenecen los cristales puede ser identificada mediante la observación de su morfología externa. A veces, esto es un procedimiento muy simple ya que, por ejemplo, cristales que crecen con forma de cubos pertenecen obviamente al sistema cúbico: la simetría externa del cristal y el orden interno subyacente (celda unidad) son

idénticos. Sin embargo, puede ser que un cristal perteneciente al sistema cúbico no crezca bajo la forma externa de un cubo; la celda unidad puede apilarse para formar un octaedro, un tetraedro, etc. La experiencia ha demostrado que sólo muy ocasionalmente los cristales crecen con la misma forma que su celda unidad, las diferentes [formas](#) o [hábitos](#) que adoptan los cristales dependerán de determinados factores químicos y físicos.

Pero, ¿cómo reconocer a qué sistema cristalino pertenece un cristal aunque su hábito sea diferente, y a veces incluso llegue a encubrir, la forma de la celda unidad?

Si el cristal, bajo circunstancias favorables de crecimiento, ha desarrollado superficies externas planas y uniformes, "**caras**", de acuerdo a su orden interno, la solución está en situarlo en una de las clases cristalinas definidas. Los cristales de la misma clase cristalina no tienen la misma forma cristalina pero sí tienen una determinada simetría en común. Para conocer estas [clases cristalinas](#) es necesario comprender la simetría que afecta al orden interno de los cristales, y por ende, a la simetría de los cristales.

CLASES DE SIMETRÍA

Como sabemos, el lugar geométrico que ayuda a la visualización de la simetría de una distribución ordenada recibe el nombre de elemento de simetría. Las relaciones angulares entre las caras de un cristal no quedan afectadas por la simetría de traslación ya que originan desplazamientos tan pequeños que no pueden observarse morfológicamente.

Los [elementos de simetría sin traslación](#) son ejes de rotación, planos de simetría y centros de simetría, que se [combinan](#) de treinta y dos maneras distintas y dan lugar a las [32 clases cristalinas o grupos puntuales](#) (la operación de simetría deja un punto particular del diagrama inmóvil) existentes.

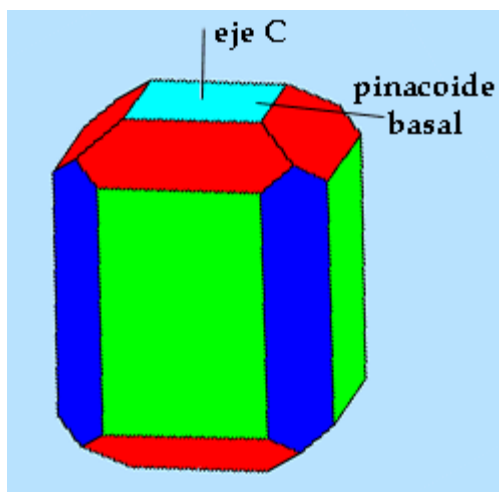
Estas treinta y dos clases cristalinas se agrupan en siete [sistemas cristalinos](#): triclínico, monoclínico, rómbico, tetragonal, hexagonal, reomoédrica o trigonal y cúbico o isométrico.

FORMAS CRISTALINAS

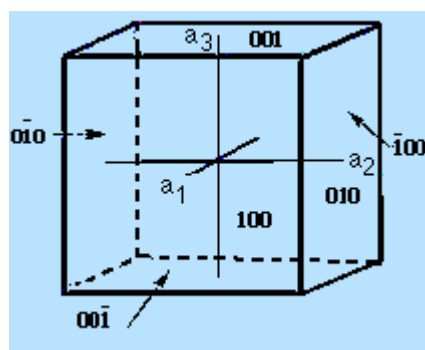
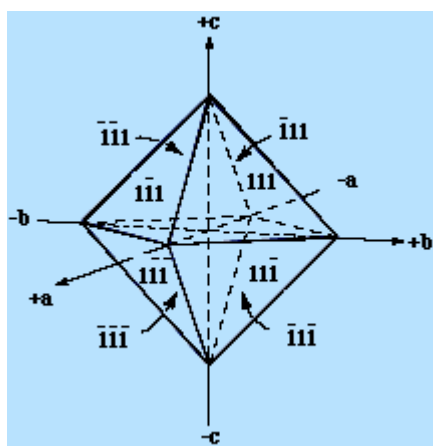
Aunque se utiliza habitualmente el término "**forma**" para designar el aspecto externo de un cristal, lo apropiado es designar la forma externa (generalmente mal formada y defectuosa) con la palabra "**hábito**", y utilizar "**forma**" como un grupo ideal de caras cristalinas todas las cuales tienen la misma relación con los elementos de simetría y exhiben las mismas posibilidades físicas y químicas.

De esta manera, las caras se agrupan según conjuntos equivalentes por simetría; y estos conjuntos se denominan formas cristalinas y se simbolizan por $\{hkl\}$. Como para constituir una forma cristalina únicamente necesitamos caras equivalentes por simetría, las formas pueden ser **cerradas o abiertas**, según limiten un espacio cristalino o no.

Un ejemplo de **forma abierta** sería el **pinacoide**, el cual, como vemos en la imagen se combina con otros tipos de formas cristalinas.

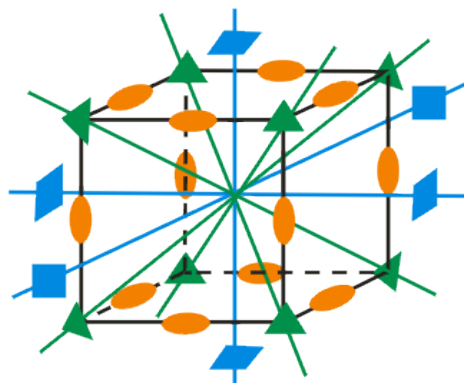


Como ejemplo de **formas cerradas** están el **octaedro** y el **cubo**. La denominación de las caras cristalinas se realiza, al igual que para los planos cristalinos, mediante los [índices de Miller](#).



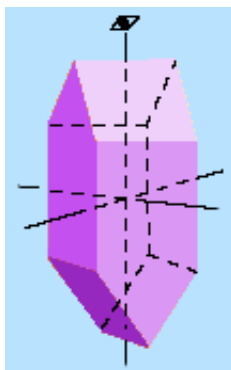
La simetría presente en las formas cristalinas es la [simetría sin traslación](#). Algunos ejemplos de búsqueda de esta simetría se presentan a continuación.

➤ **Ejes de simetría o de rotación:** Girando alrededor de ellos, la cara cristalina se repite un número determinado de veces según el orden del eje.

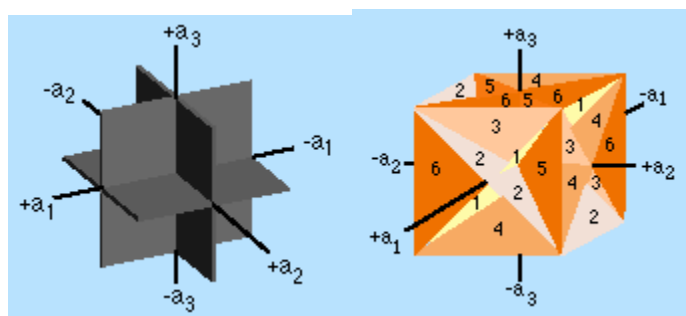


(ejes de simetría de un hexaedro o cubo)

➤ **Ejes de rotoinversión:** Girando e invirtiendo alrededor de ellos, la cara cristalina se repite un número determinado de veces según el orden del eje.



➤ **Planos de simetría:** ambos lados del plano aparecen idénticas caras cristalinas.

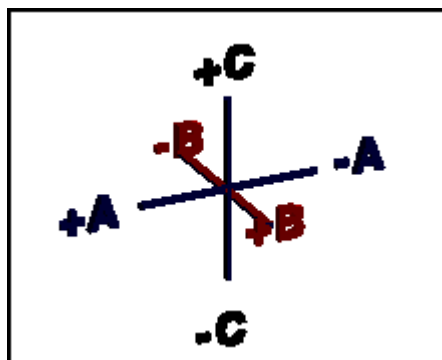


(planos de simetría de un hexaedro o cubo)

Según el esquema propuesto por Groth en 1895 y modificado por Rogers en 1935, existen **cuarenta y ocho tipos diferentes de formas cristalinas** que pueden ser distinguidas por las relaciones angulares de sus caras.

En nuestro sitio Web presentamos el [Atlas de formas cristalinas](#) con sus proyecciones estereográficas correspondientes.

En la descripción de los cristales resulta conveniente referir las formas externas, o la simetría interna, a una serie de tres (o cuatro) ejes de referencia "ejes cristalográficos", tomados paralelamente a las aristas de intersección de las caras cristalinas principales. Así, cada uno de los siete [sistemas cristalinos](#) se caracteriza por unas [relaciones axiales](#) y ángulos axiales diferentes.



Para seleccionar la cruz axial de una figura cristalina se pueden seguir, dependiendo de los casos, los siguientes caminos:

1. Situarla paralela a aristas reales (o figuradas) del cristal, que se corten en un vértice real (o figurado)
2. Situarla coincidente con los elementos de simetría más importantes del cristal (generalmente coinciden con los ejes de simetría o con las normales a los planos de simetría).

La intersección de las caras cristalinas con estos ejes cristalográficos determina la notación de las caras cristalinas. La notación más universalmente conocida es la de los [Índices de Miller](#) (igualmente aplicada para cualquier plano cristalino) que consiste en una serie de números enteros que han sido deducidos de las intersecciones por su inversión y, si es necesario, la subsiguiente reducción de fracciones.

● **Prácticas de morfología cristalina**

A continuación se ofrecen algunas plantillas de formas cristalinas preparadas para imprimir, recortar y pegar, gentileza de la **Editorial Paraninfo**.

Puede pulsar sobre ellas, imprimir la imagen que le aparecerá, recortarlas, pegar las pestañas y construirse un sólido cristalino con el que practicar en la búsqueda de su simetría.

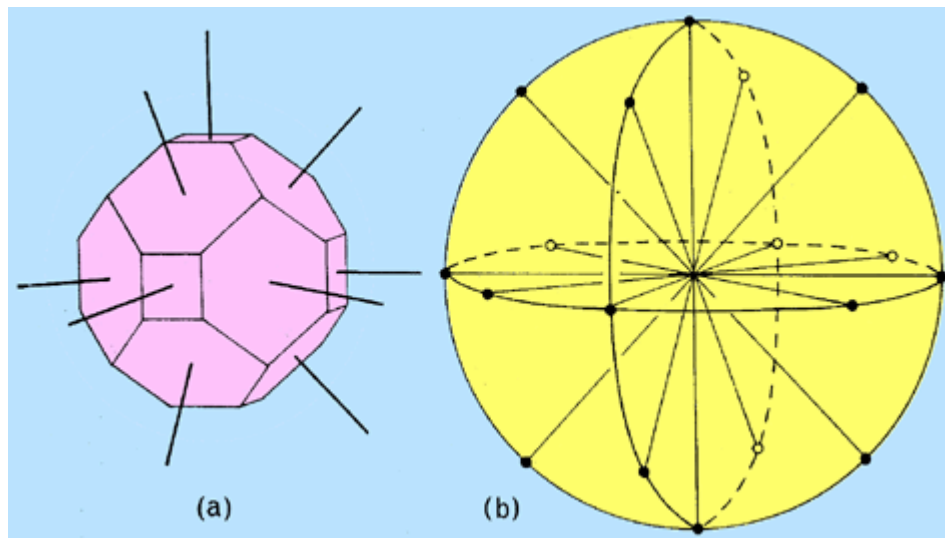
Prisma monoclinico
Tetraedro tetragonal
Prisma dihexagonal
Bipirámide trigonal
Hexaoctaedro

NOTA: Es importante hacer notar que las formas cristalinas enunciadas son formas individuales, no combinaciones de formas tal y como aparecen en un cristal natural.

PROYECCIÓN ESTEREOGRÁFICA

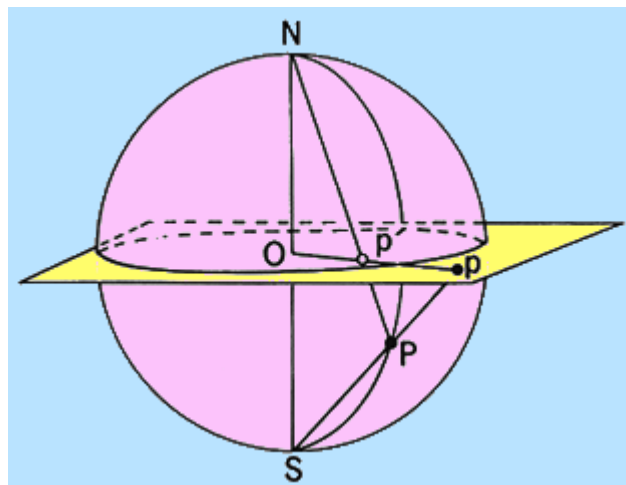
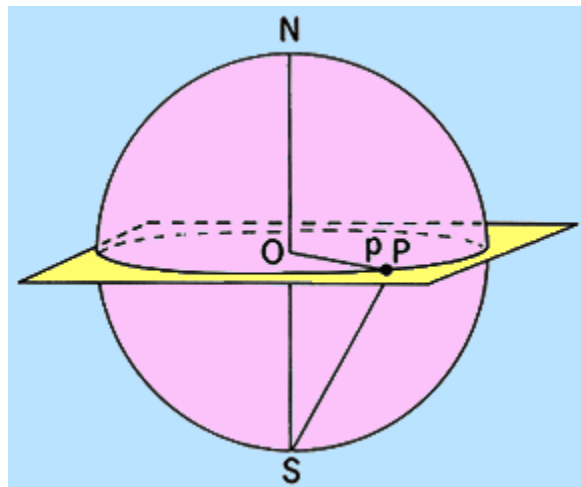
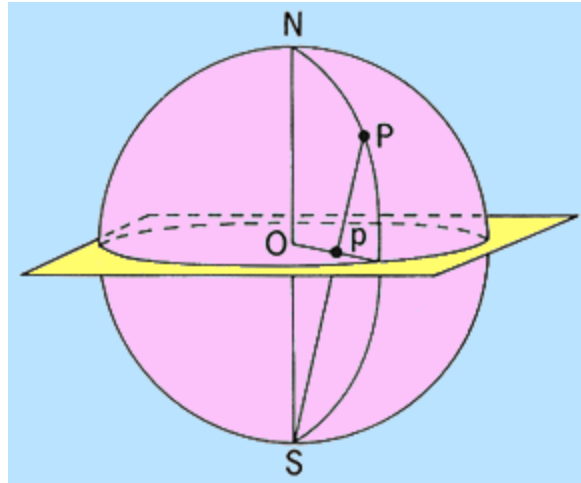
La aplicación más común de la proyección estereográfica en cristalografía es que permite representar los ángulos entre las caras del cristal y las relaciones de simetría entre ellas.

En ésta, cada punto (polo) es el resultado de la proyección esférica de cada una de las caras cristalinas a través de los radios de la esfera, suponiendo el cristal incluido en el centro de una esfera,



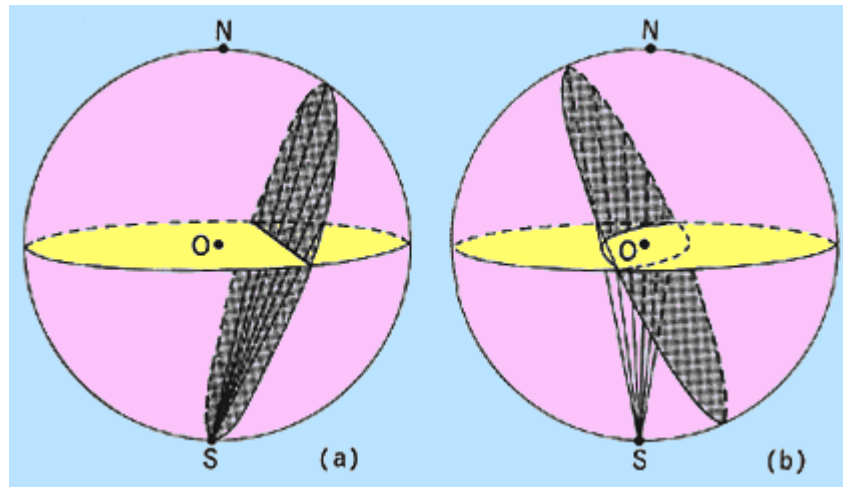
y de la unión de estos puntos de proyección esférica con el polo S, si se encuentran en el hemisferio norte, y en el polo N si se encuentran en el

hemisferio sur, obteniéndose de ello un punto de corte con el plano ecuatorial que es el polo proyección de la cara.

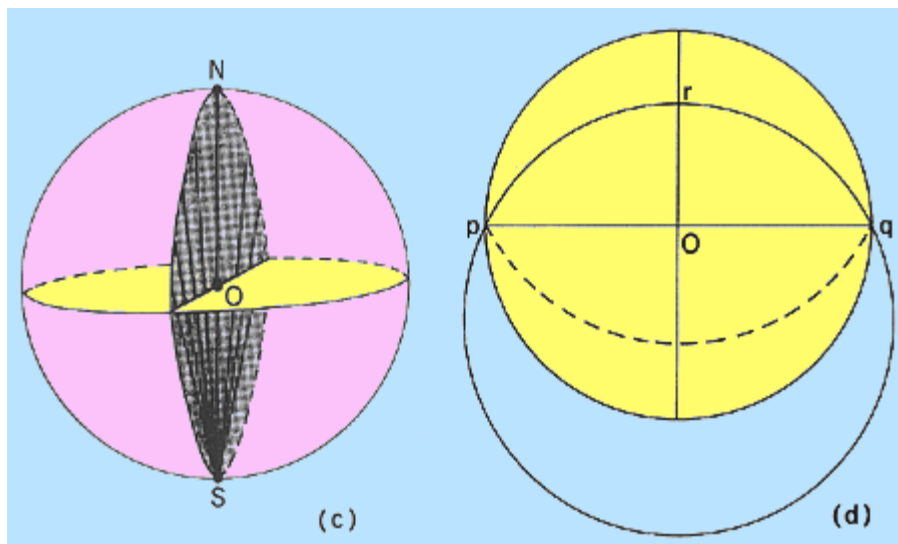


Si el cristal se imagina dentro de una esfera centrada sobre un punto arbitrario dentro del cristal, y cada cara se representa como un punto de corte con el plano ecuatorial, originado por la proyección a un polo desde la normal a la cara que corta a la esfera, los puntos de intersección son enteramente independientes del tamaño relativo, y la simetría que relaciona dichos puntos revela la verdadera simetría del cristal.

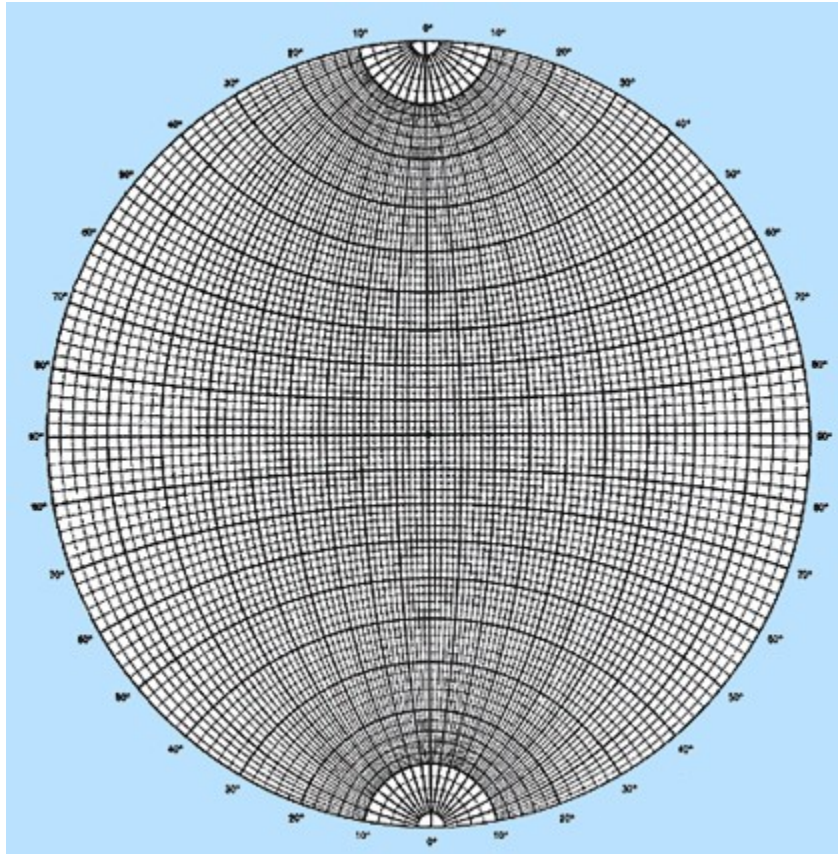
- (a) Cualquier círculo que pase a través del polo sur se proyecta como una línea recta ya que las líneas que unen cada punto del círculo con el polo de proyección son coplanares.
- (b) Todos los círculos que son coplanares con el centro de la esfera de proyección se proyectan como **círculos mayores** e intersectan el círculo primitivo en los bordes finales del diámetro.



- (c) Si el círculo pasa a través del polo sur, se proyectará como un diámetro de la superficie ecuatorial ya que el círculo es coplanar con su proyección.
- (d) Se llama **círculo menor** a la proyección de todos los planos que no pasen por el centro de la esfera. Su proyección estereográfica produce un número de pequeños arcos circulares que gradúan los círculos mayores o máximos al cruzarlos.



Con los diámetros y los círculos mayores y menores queda construida la red estereográfica o **plantilla de Wulf** en honor al cristalógrafo ruso que la publicó en 1902. En ella existen proyecciones estereográficas de un conjunto de círculos mayores inclinados a intervalos de 2° y un conjunto de círculos menores, dibujados con el mismo diámetro del círculo primitivo y espaciados a intervalos de 2° . Los planos de los círculos menores son normales al plano ecuatorial y a los planos de los círculos mayores



El ángulo entre dos caras de un cristal es el ángulo entre sus normales y es equivalente a la distancia angular (medida a través de un círculo mayor de la plantilla de Wulff) entre sus polos.

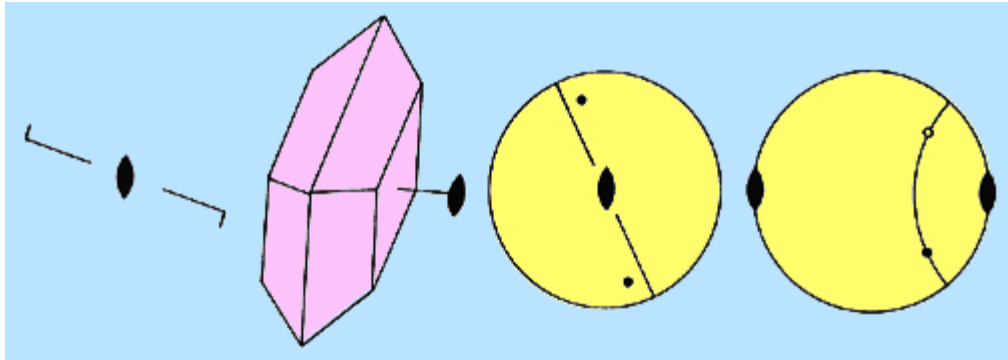
Una proyección estereográfica completa, de un conjunto de puntos, se denomina **estereograma**.

● **Proyección estereográfica de la simetría cristalina**

Las operaciones de simetría de la morfología cristalina se ilustran estereográficamente como sigue:

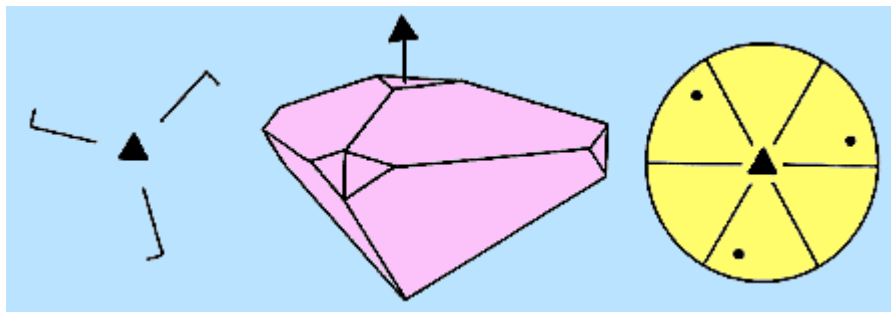
➤ **Ejes de rotación:**

Eje binario: El polo (cara cristalina) gira 180° perpendicularmente al eje de rotación. Si el eje de rotación es perpendicular al plano ecuatorial, el polo girará en este círculo primitivo:

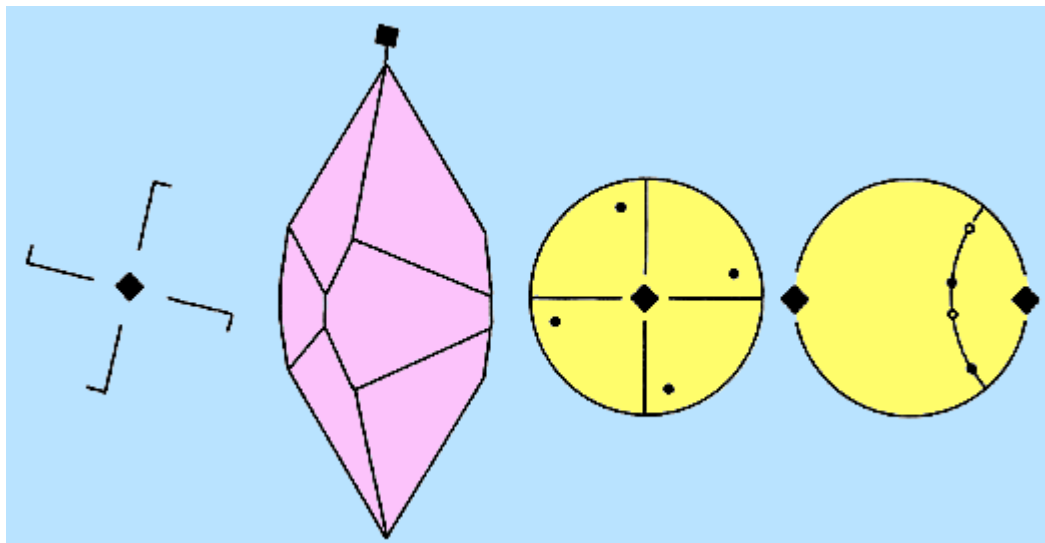


Si el eje está incluido en el plano ecuatorial, el polo girará 180° siguiendo el [círculo mayor](#) correspondiente.

Eje ternario: El polo gira 120° perpendicularmente al eje de rotación. Si el eje de rotación es perpendicular al plano ecuatorial, el polo girará en este círculo primitivo:

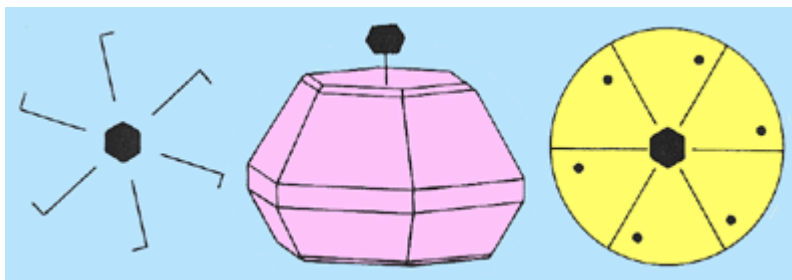


Eje cuaternario: El polo gira 90° perpendicularmente al eje de rotación. Si el eje de rotación es perpendicular al plano ecuatorial, el polo girará en este círculo primitivo:

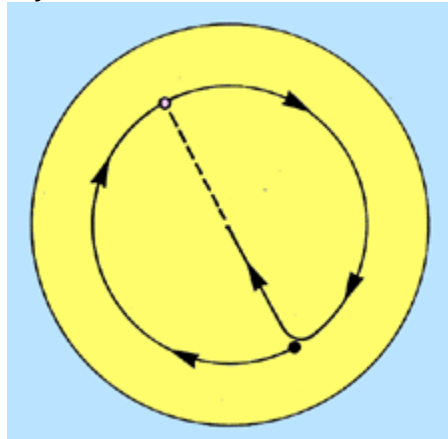


Si el eje está incluido en el plano ecuatorial, el polo girará 180° siguiendo el círculo mayor correspondiente.

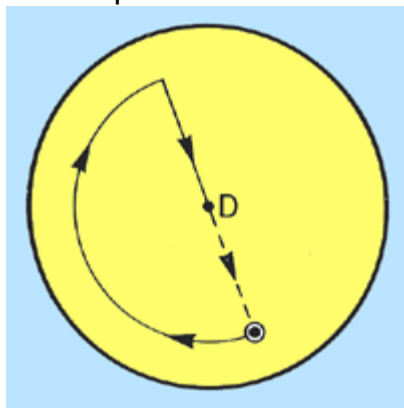
Eje senario: El polo gira 60° perpendicularmente al eje de rotación. Si el eje de rotación es perpendicular al plano ecuatorial, el polo girará en este círculo primitivo:



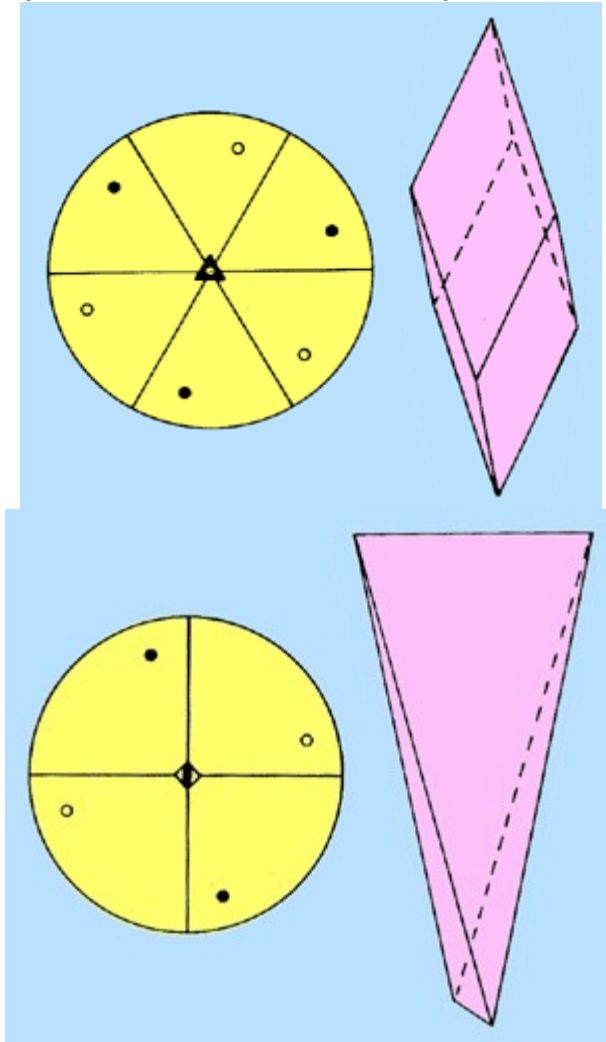
➤ **Centro de simetría:** El polo dibujado en negro es rotado 360° en el hemisferio superior e invertido a través del centro de simetría hasta mostrar un polo (se dibuja hueco) en el hemisferio sur.

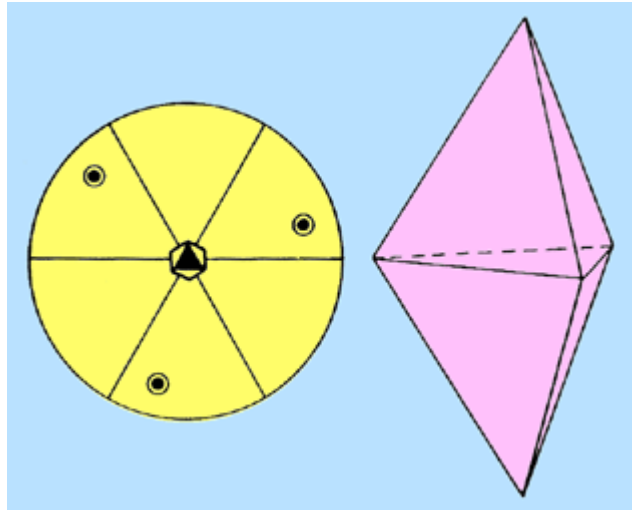


➤ **Plano de simetría:** El polo dibujado en negro es rotado 180° en el hemisferio superior e invertido a través del centro de simetría hasta mostrar un polo (se dibuja hueco) en el hemisferio sur. El plano de simetría se corresponde con el plano ecuatorial o círculo primitivo.



➤ **Eje de rotoinversión**: El polo dibujado en negro gira y se invierte sucesivamente, según el orden del eje de simetría. Primeramente, girará en el hemisferio norte para posteriormente ser invertido a través del centro de simetría al hemisferio sur (polo hueco), es aquí donde vuelve a girar y a ser posteriormente invertido al hemisferio norte, y así sucesivamente, dependiendo del orden del eje.

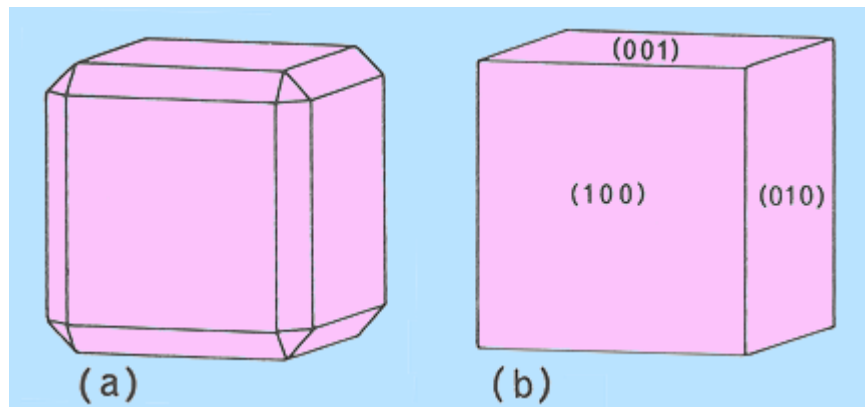


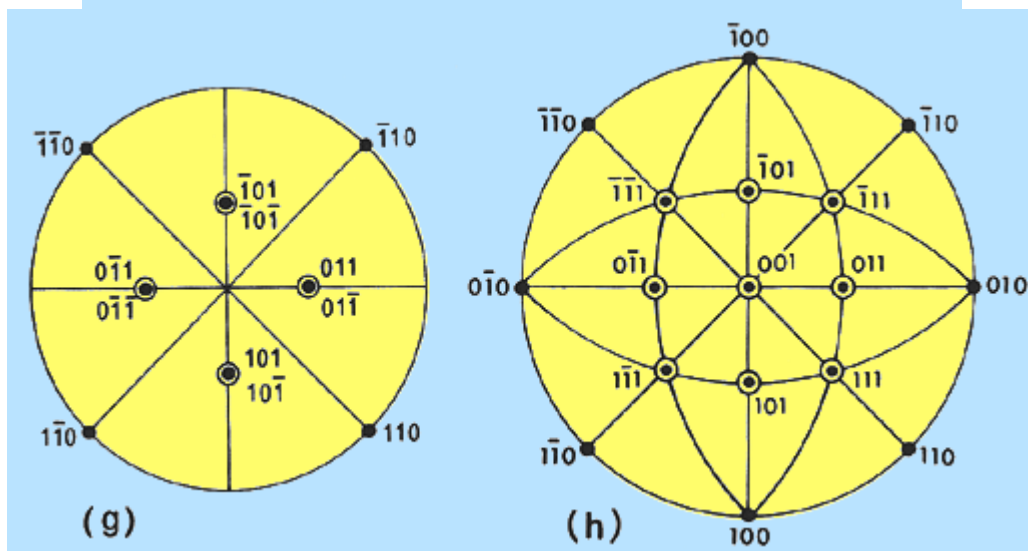
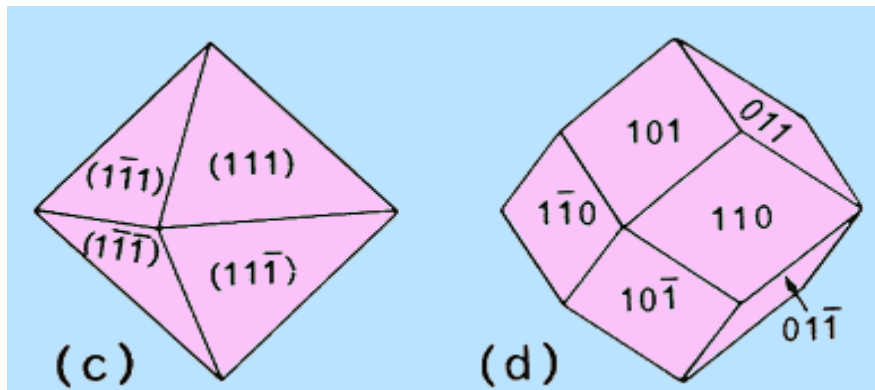
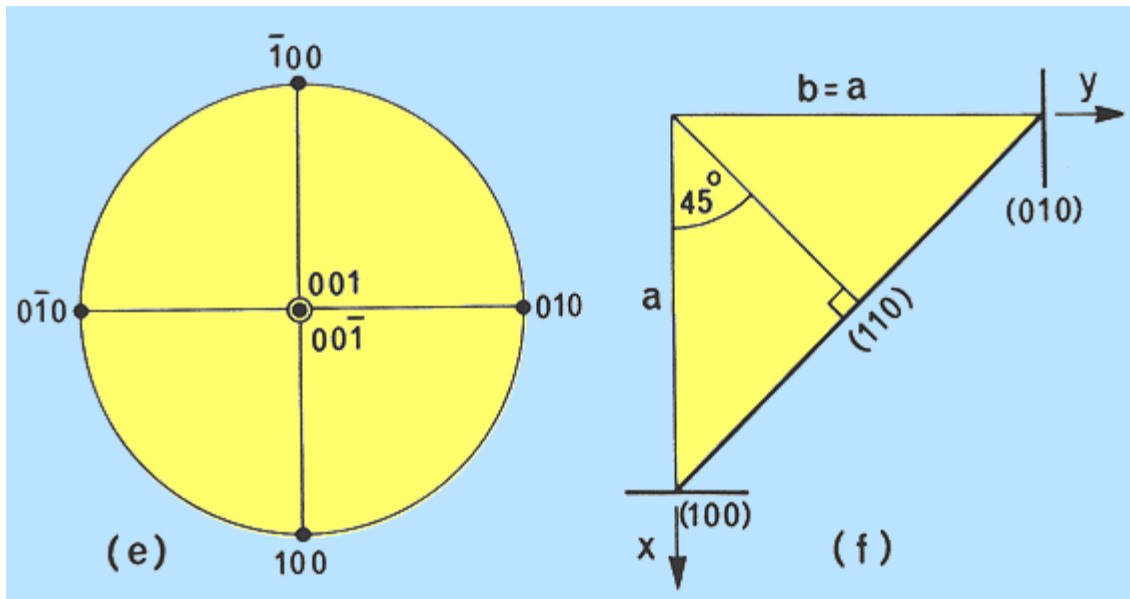


● **Proyección estereográfica de las formas cristalográficas**

La proyección estereográfica es de gran valor en el estudio de los sólidos cristalinos ya que permite que las relaciones angulares entre planos y direcciones sean representadas.

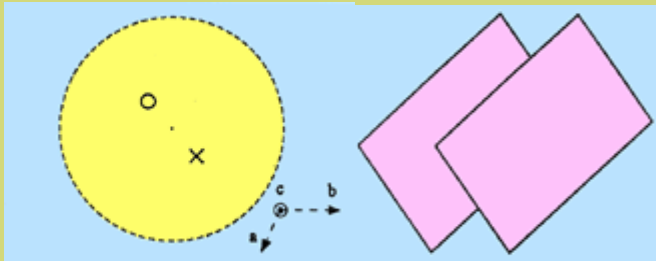
La proyección estereográfica de diferentes caras de formas cúbicas es la siguiente:

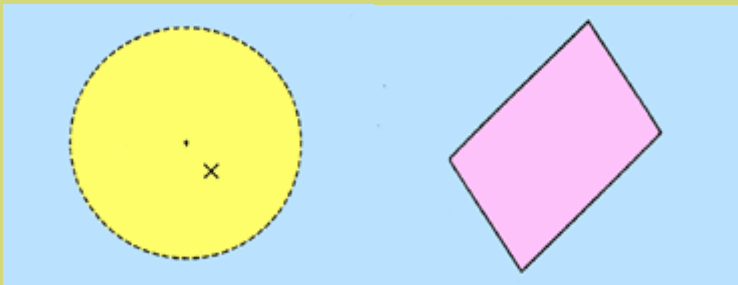




Una guía de las proyecciones estereográficas de las formas cristalográficas se presenta en nuestro sitio Web en el siguiente [Atlas de formas cristalinas](#).

SISTEMA TRICLINICO

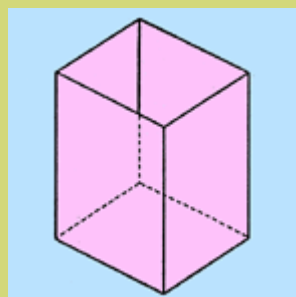
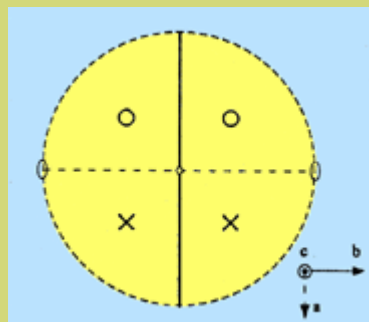
Clase $\bar{1}$ (C_i)		Elementos: C
$\{hkl\}$	Pinacoide (Paraleloedro)	
		

Clase 1 (C_1)		Elementos: ninguno
$\{hkl\}$	Pedi3n (Monoedro)	
		

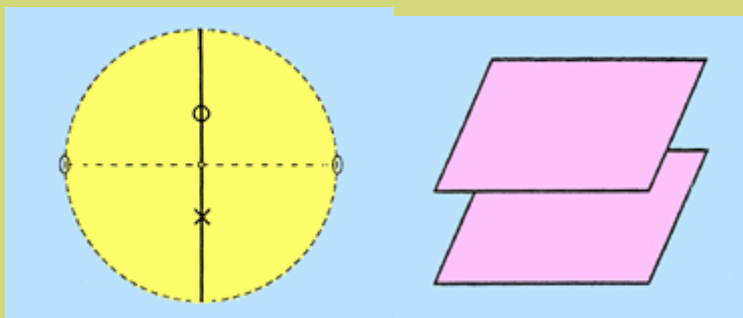
SISTEMA MONOCLINICO

Clase $2/m$ (C_{2h}) Elementos: $\frac{A_2}{M}C$

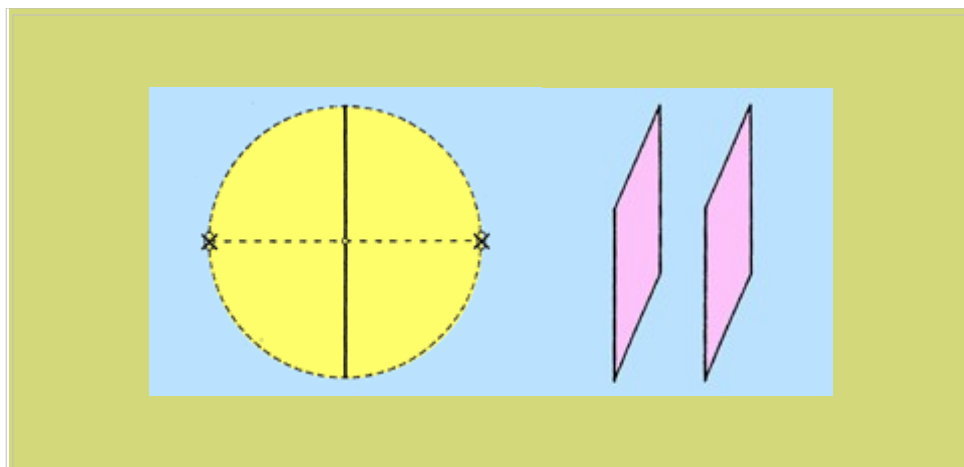
$\{hkl\}$ Prisma monoclinico



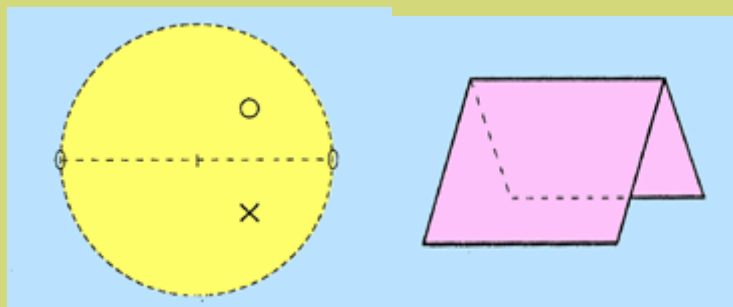
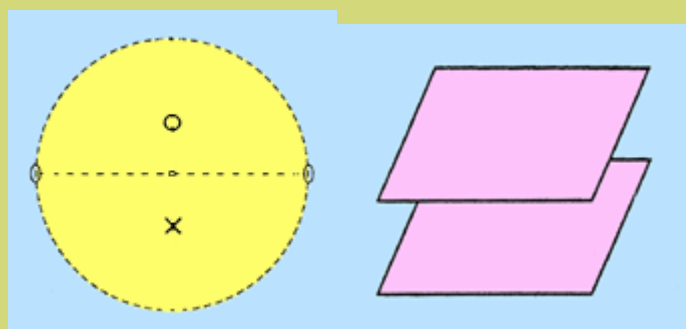
$\{h0l\}$ Pinacoide (Paraleloedro)

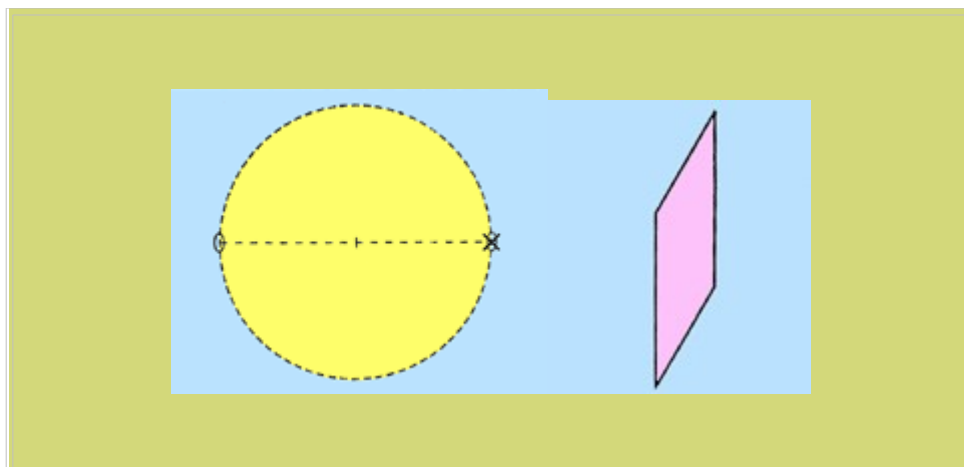


$\{010\}$ Pinacoide (Paraleloedro)



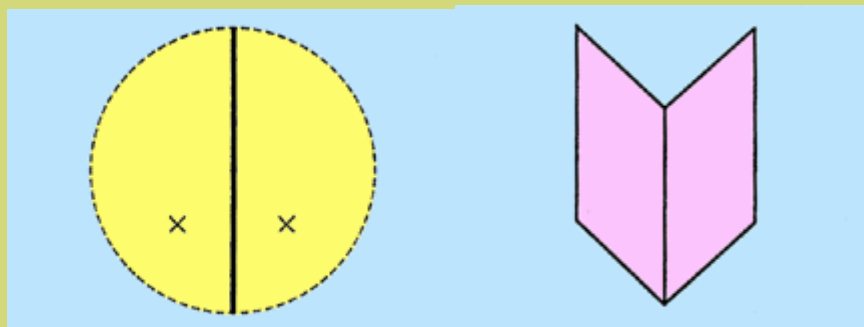
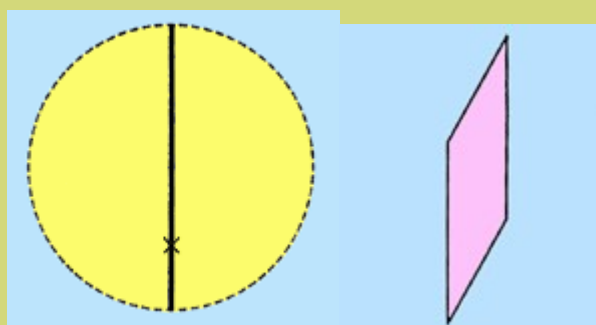
Clase 2 (C_2) Elementos: A_2

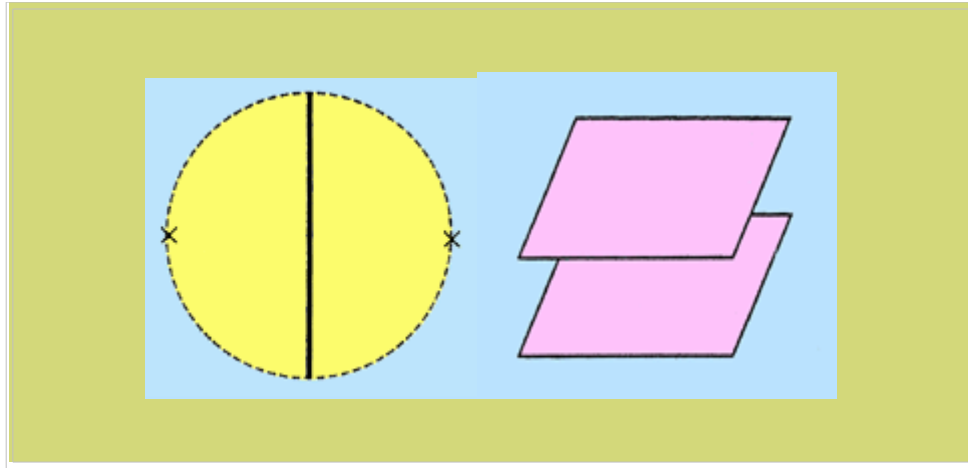
{hkl} Esfenoide (Diedro)**{h0l} Pinacoide (Paraleloedro)****{010} Pedión (Monoedro)**



Clase m (C_v)

Elementos: M

$\{hkl\}$ **Esfenoide (Diedro)** $\{h0l\}$ **Pedi3n (Monoedro)** $\{010\}$ **Pinacoide (Paraleloedro)**

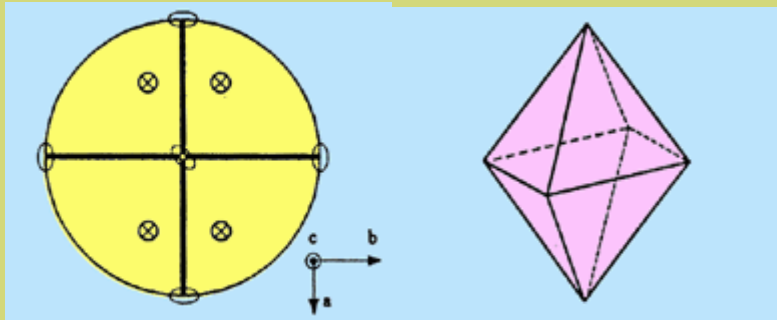


SISTEMA ORTORROMBICO

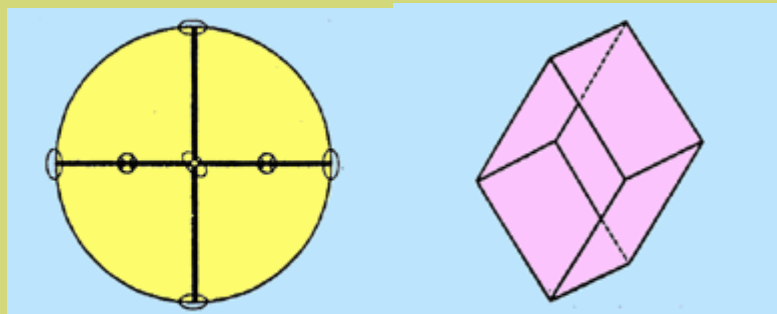
Clase mmm (D_{2h})

Elementos: $\frac{3A_2}{3M}C$

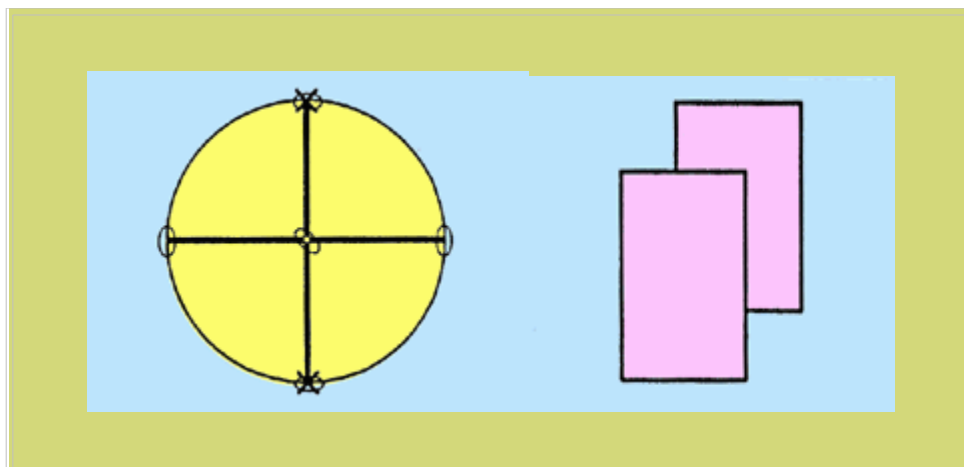
$\{hkl\}$ Bipirámide rómbica (Octaedro rómbico)



$\{0kl\}$ Prisma rómbico $\{h0l\}$ $\{hk0\}$

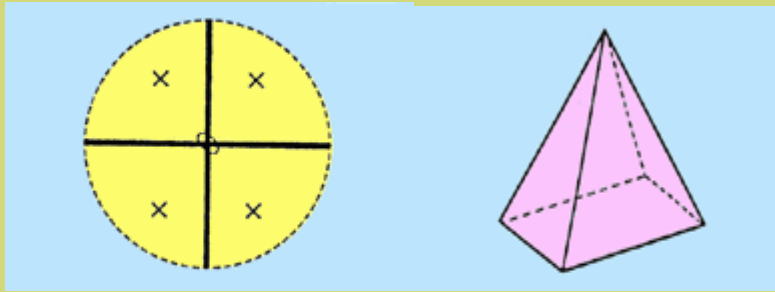


$\{100\}$ Pinacoide (Paraleloedro) $\{010\}$ $\{001\}$

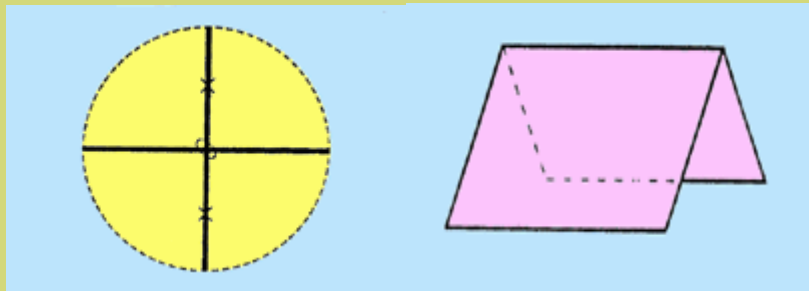


Clase $mm2$ (C_{2v}) Elementos: $A_2M'M''$

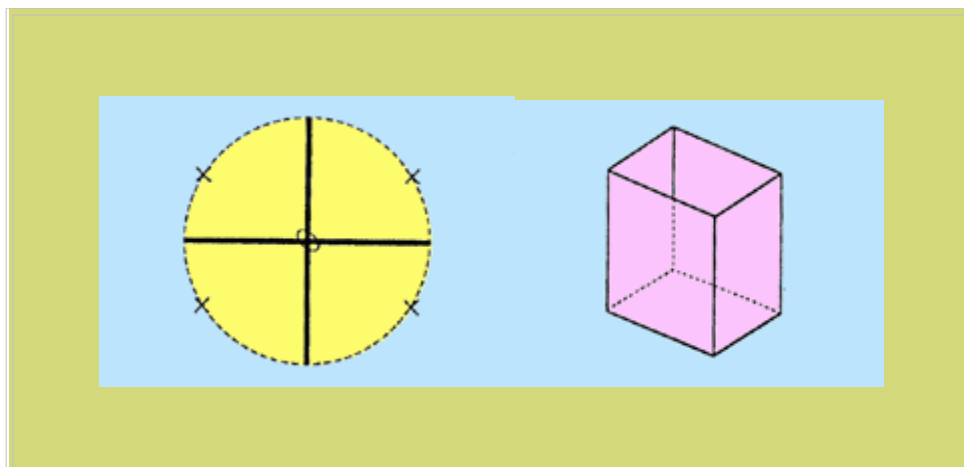
$\{hkl\}$ Pirámide rómbica



$\{h0l\}$ Esfenoide (Diedro) $\{0kl\}$

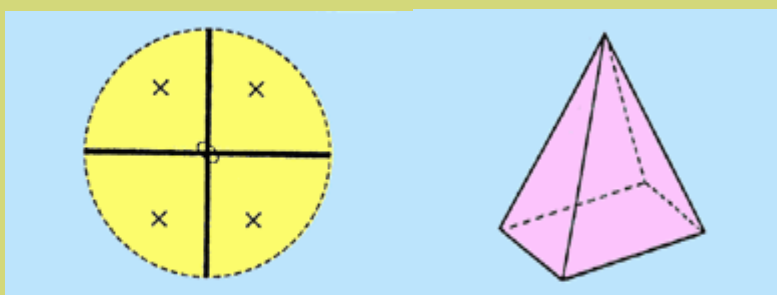


$\{hk0\}$ Prisma rómbico

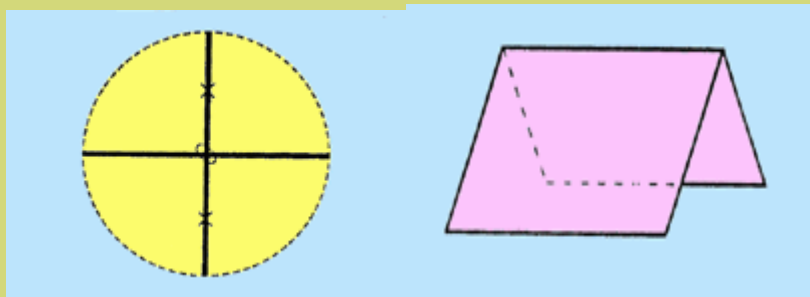


Clase $mm2$ (C_{2v}) Elementos: $A_2M'M''$

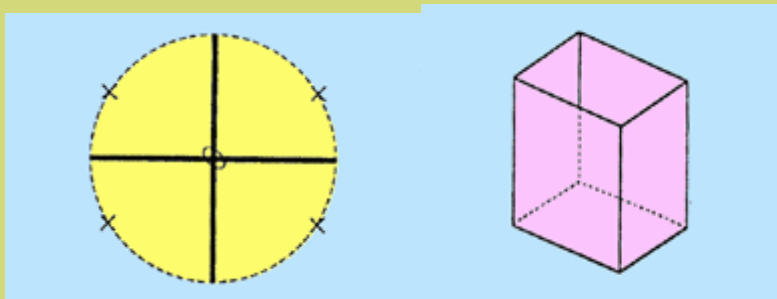
$\{hkl\}$ Pirámide rómbica



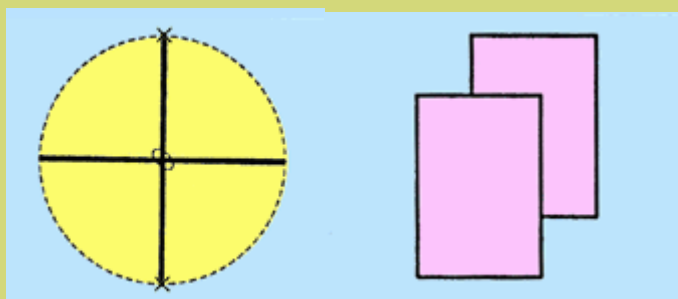
$\{h0l\}$ Esfenoide (Diedro) $\{0kl\}$



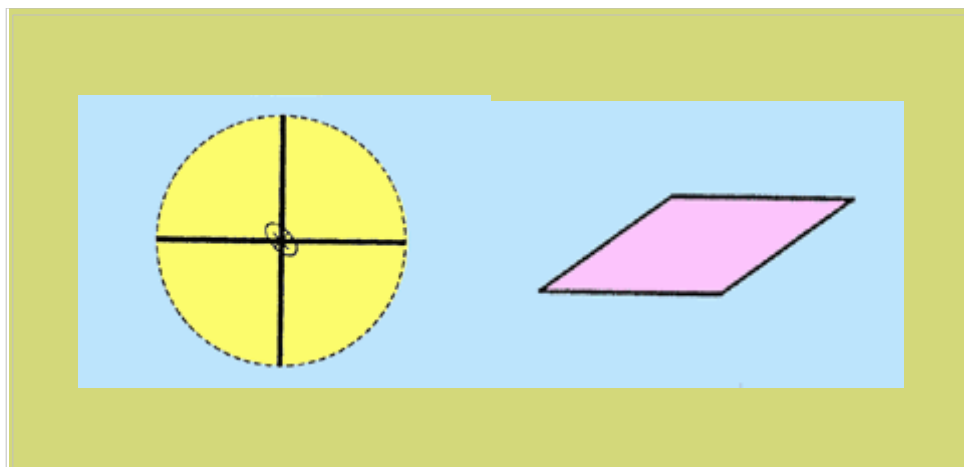
$\{hk0\}$ Prisma rómbico



$\{100\}$ Pinacoide (Paraleloedro) $\{010\}$

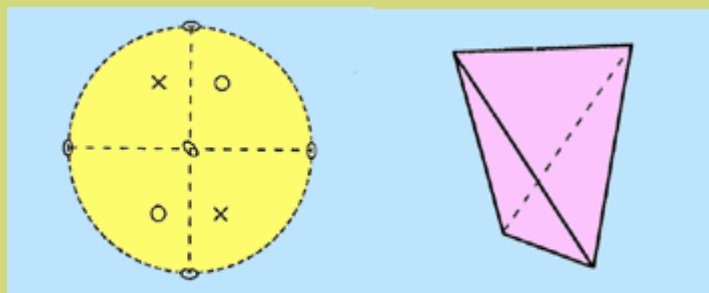


$\{001\}$ Pedión (Monoedro)

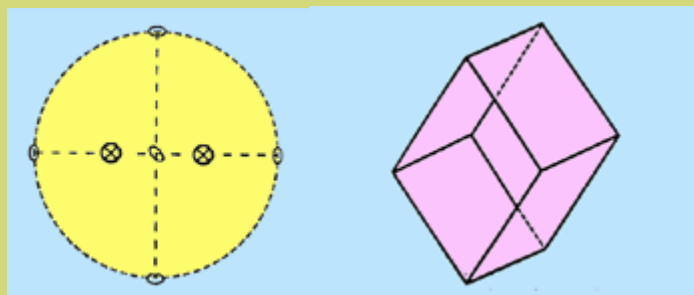


Clase 222 (D_2) Elementos: $3A_2$

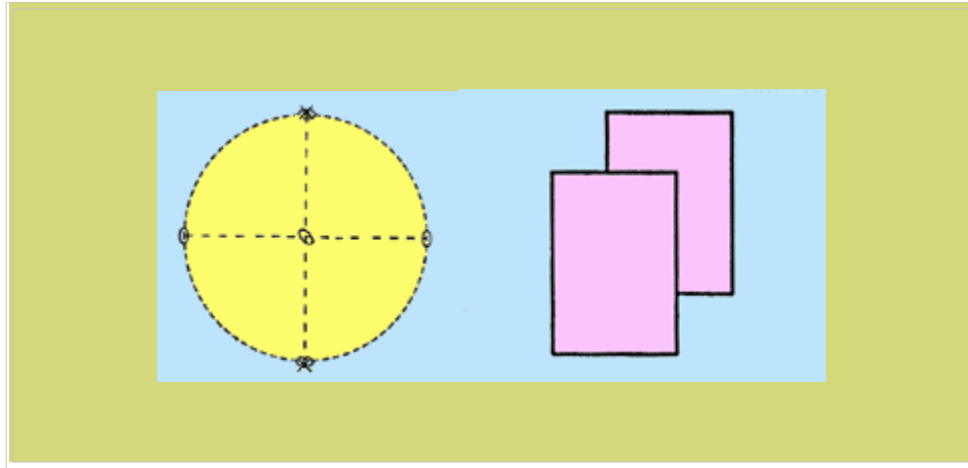
$\{hkl\}$ Biesfenoide rómbico (Tetraedro rómbico)



$\{0kl\}$ **Prisma rómbico** $\{h0l\}$ $\{hk0\}$



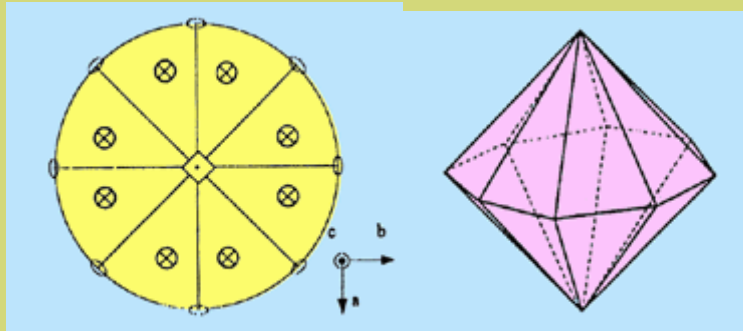
$\{100\}$ **Pinacoide (Paraleloedro)** $\{010\}$ $\{001\}$



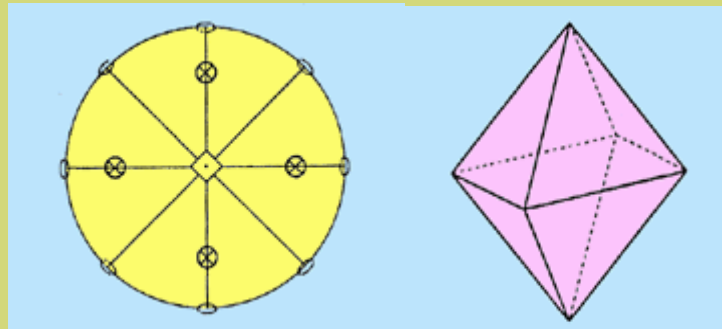
SISTEMA TETRAGONAL

Clase $4/mmm$ (D_{4h}) Elementos: $\frac{A_4}{M} \frac{2A'_2}{2M'} \frac{2A''_2}{2M''} C$

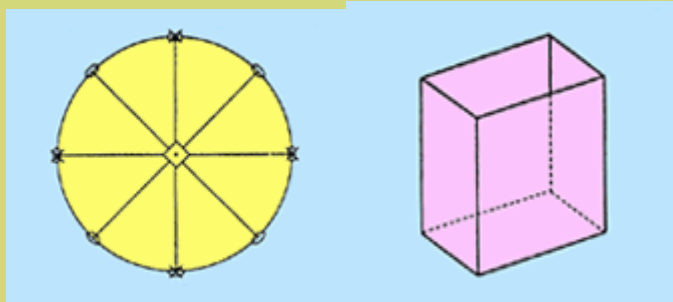
$\{hkl\}$ Bipirámide ditetragonal



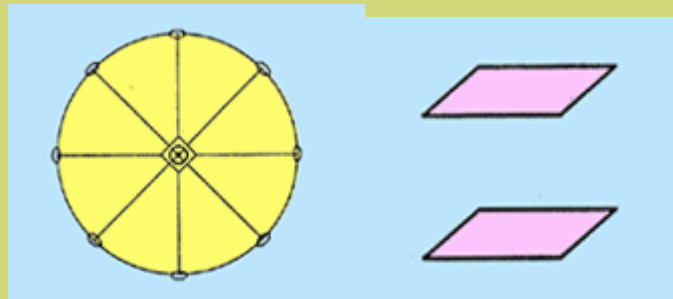
$\{h0l\}$ Bipirámide tetragonal



$\{100\}$ Prisma tetragonal $\{110\}$



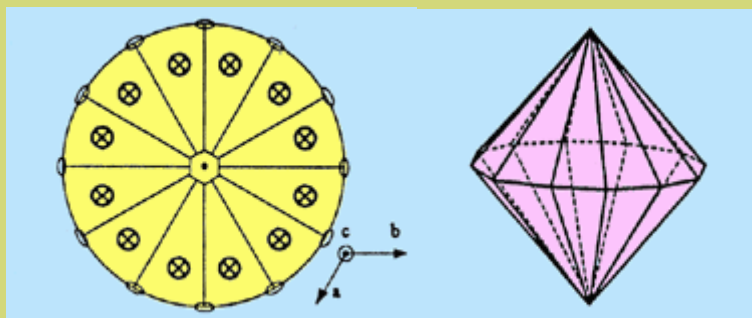
$\{001\}$ Pinacoide (Paraleloedro)



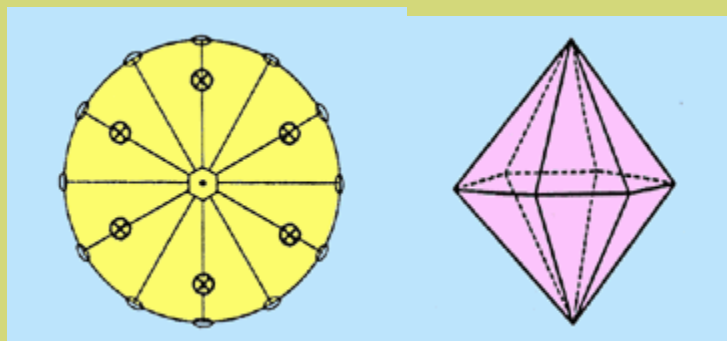
SISTEMA HEXAGONAL

Clase 6/mmm (D_{6h}) Elementos: $\frac{A_6}{M} \frac{3A'_2}{3M'} \frac{3A''_2}{3M''} C$

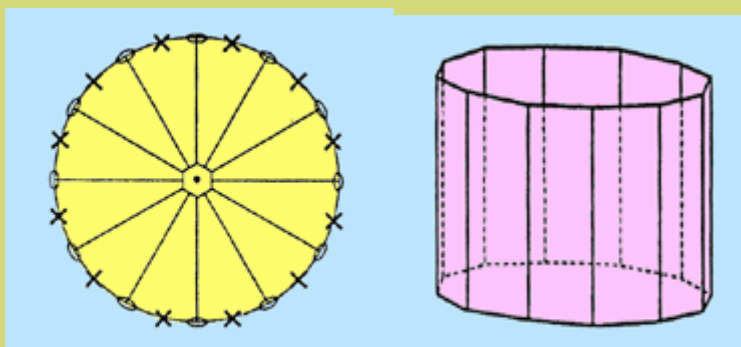
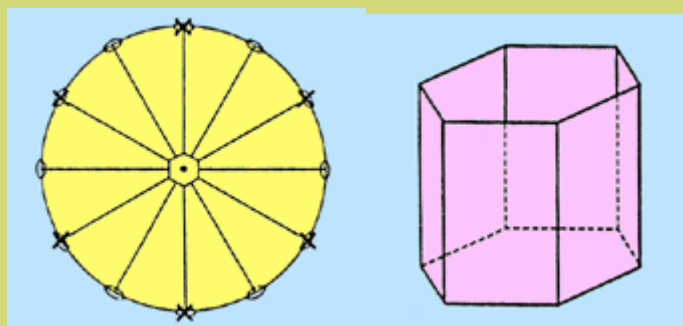
{hk.l} Bipirámide dihexagonal

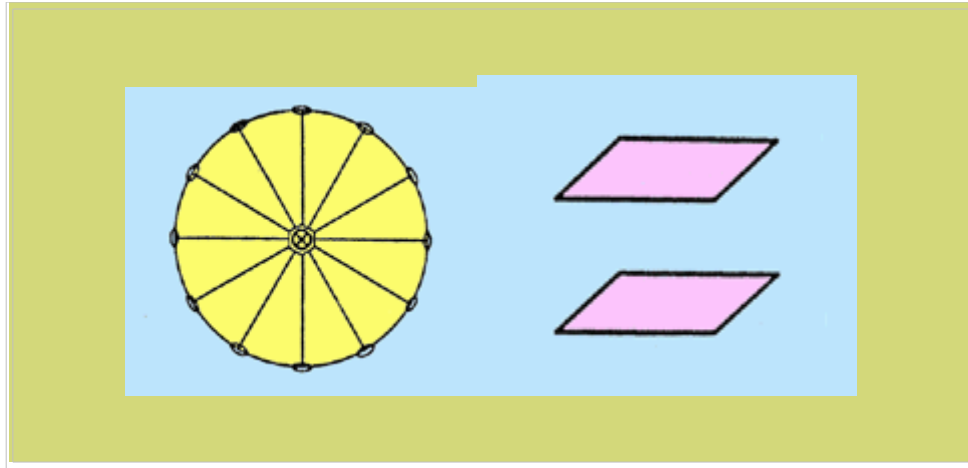


{h0.l} Bipirámide hexagonal {hh.l}



{hk.0} Prisma dihexagonal

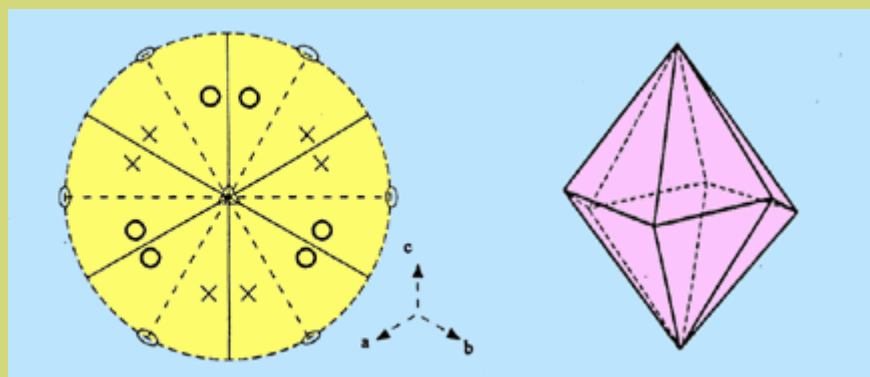

 $\{10.0\}$
Prisma hexagonal
 $\{11.0\}$

 $\{00.1\}$
Pinacoide (Paraleloedro)



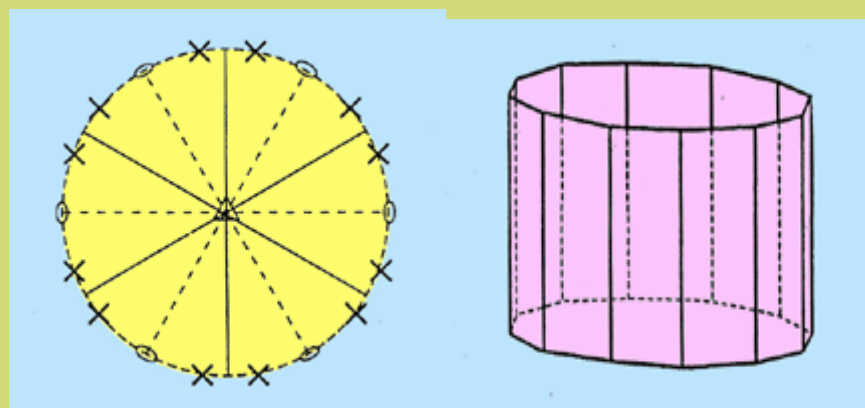
SISTEMA TRIGONAL

Clase $\bar{3}m$ (D_{3d}) Elementos: A_3 $\frac{3A'_2}{3C}$

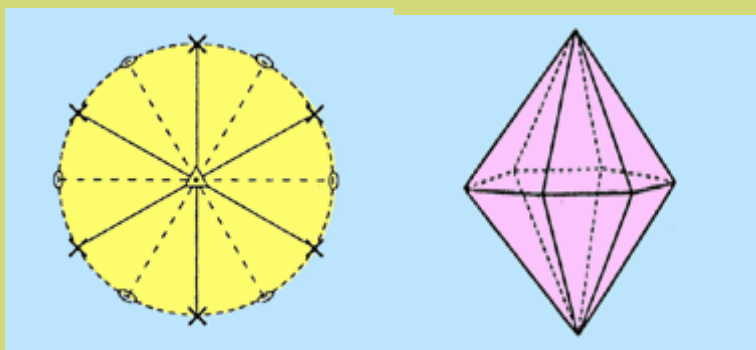
$\{hkl\}$ Escalenoedro trigonal



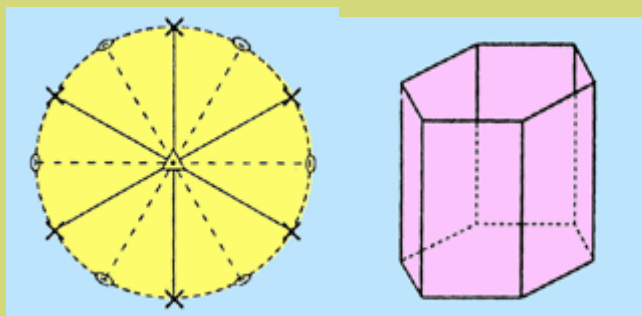
$\{hkl\}$ $h + k + l = 0$ Prisma dihexagonal



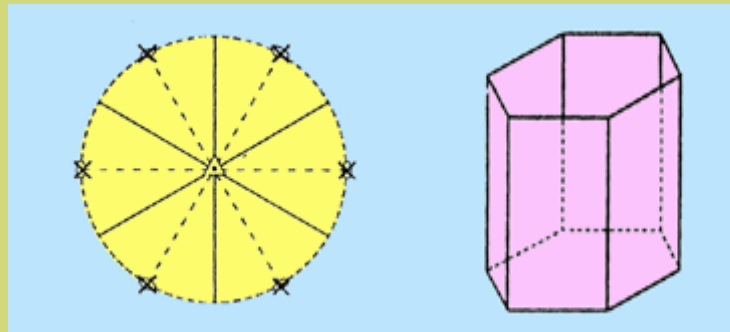
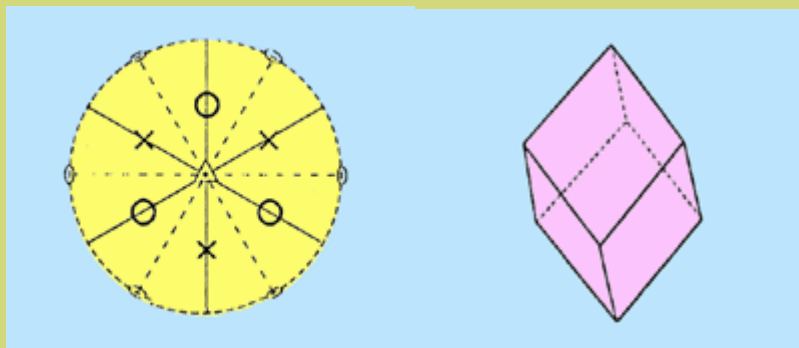
$\{hkl\}$ $h + l = 2k$ Bipirámide hexagonal

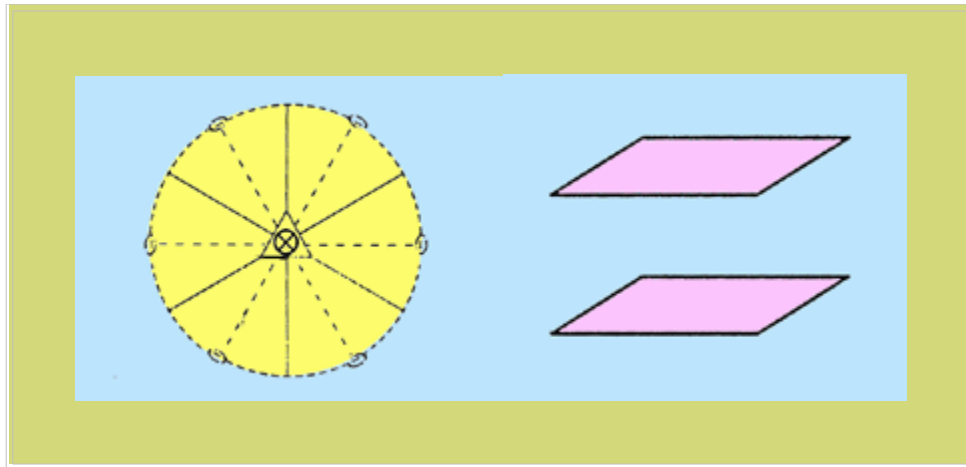


{11-2} Prisma hexagonal



{10-1} Prisma hexagonal

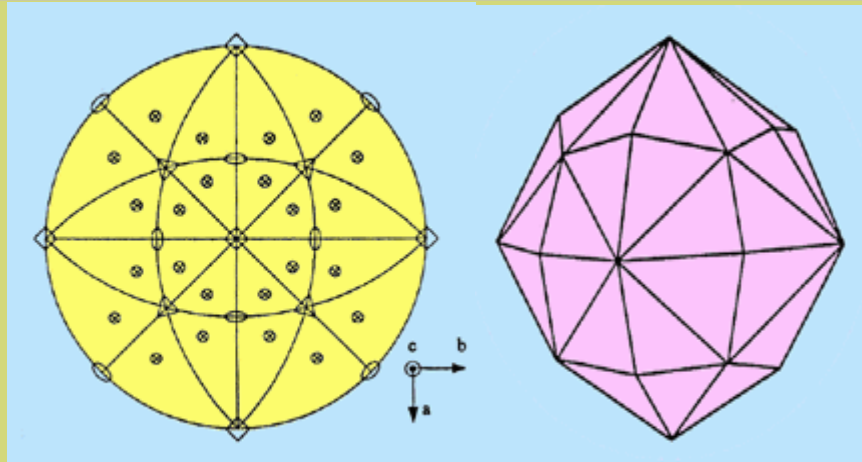

 $\{hhl\}$
Romboedro

 $\{111\}$
Pinacoide (Paraleloedro)



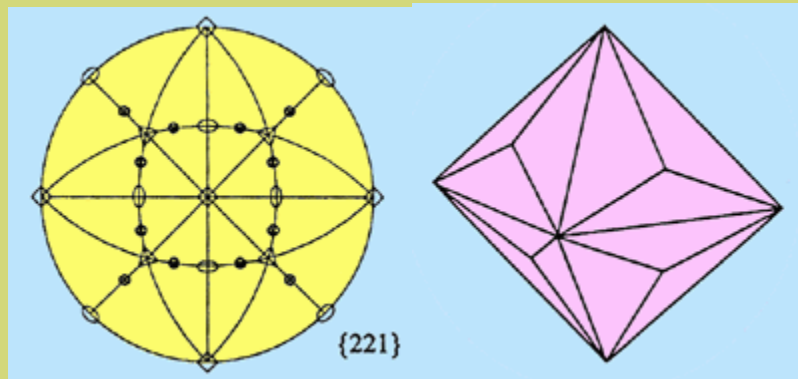
SISTEMA CUBICO

Clase $m\bar{3}m$ (O_h) Elementos: $\frac{3A_4}{3C_2}$ $4A_3$ $\frac{6A'_2}{6C_4}$ C

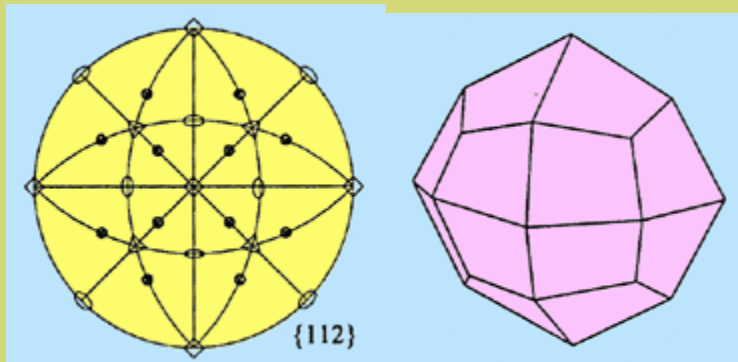
$\{hkl\}$ Hexaoctaedro



$\{hhl\}$ $h > 1$ Trioctaedro (Trioctaedro trigonal)

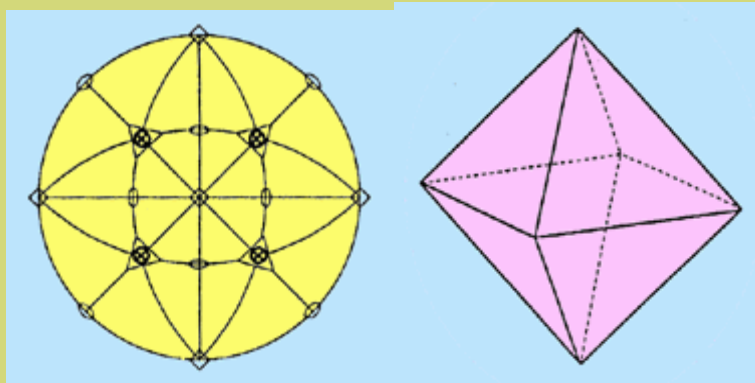


$\{hhl\}$ $h < 1$ Trapezoctaedro (Trioctaedro tetragonal)



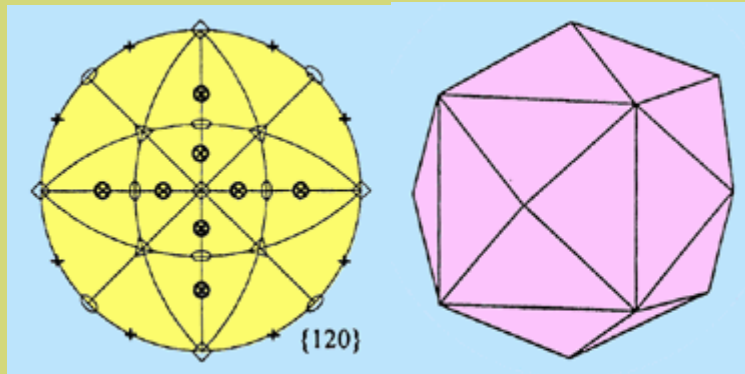
$\{111\}$

Octaedro

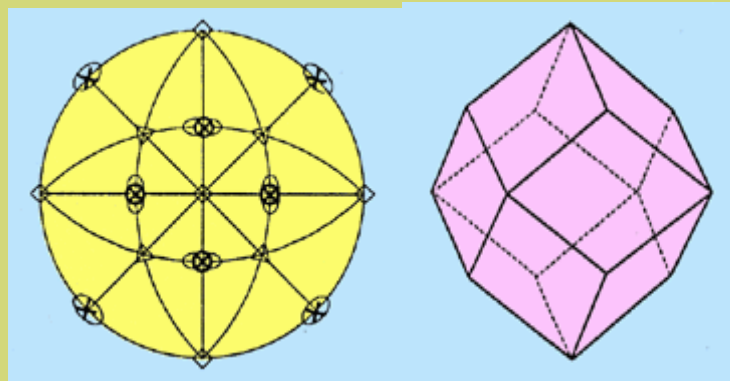


$\{hk0\}$

Tetrahexaedro



$\{110\}$ Dodecaedro (Dodecaedro rómbico)



$\{100\}$ Cubo (hexaedro)

